

# Um Framework para Dimensionamento de Redes Óticas em Ambientes Competitivos

Helio Waldman<sup>1</sup>, Rodrigo C. Bortoletto<sup>1</sup>, Gustavo S. Pavani<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do ABC (UFABC)  
Santo André, SP – Brazil

{helio.waldman, rodrigo.bortoletto, gustavo.pavani}@ufabc.edu.br

**Resumo.** *Este artigo propõe um novo framework para o dimensionamento de redes baseadas em comutação de circuitos em diferentes ambientes de negócios. O caso do monopólio é analisado primeiro, obtendo-se o dimensionamento baseado em lucro máximo e comparando-o com o dimensionamento clássico. Em seguida examinamos o caso do duopólio, supondo que cada usuário é cliente de uma operadora primária escolhida num jogo não-cooperativo em que o usuário procura minimizar a sua probabilidade de bloqueio na próxima tentativa de obter um canal. Dois cenários são estudados nesse caso, supondo diferentes graus de fidelidade do cliente à sua operadora primária.*

**Abstract.** *This paper proposes a new framework for the dimensioning of networks based on circuit-switching paradigm in different business environments. The case of monopoly is analyzed first, obtaining profit-maximizing dimensioning and comparing it with the classic dimensioning. Next we examine the case of the duopoly, assuming that each user is a customer of a primary operator chosen in a non-cooperative game, in which the user attempts to minimize the blocking probability in his next attempt to get a channel. Two scenarios are studied in this case, assuming different degrees of loyalty to their primary operator.*

## 1. Introdução

As redes de comutação por circuitos foram extensamente estudadas durante o século passado, quando prevaleceram como a melhor solução para o fornecimento de serviços telefônicos. Com o surgimento das redes WDM (*Wavelength Division Multiplexing*) nos anos 90, o interesse na comutação por circuitos ganha novo impulso. Todavia, o novo ambiente tecnológico impõe novas restrições ao problema do roteamento, levando à necessidade de novas pesquisas sobre a dinâmica do bloqueio sob novas concepções.

O que primeiro atraiu atenção da comunidade científica foi a restrição de continuidade de comprimento de onda [Barry and Humblet 1993]. Novos modelos foram propostos para o cálculo da probabilidade de bloqueio em redes com restrição de alocação de comprimento de onda (para um número finito de comprimentos de onda) para todos os enlaces de uma rota ao permitir a requisição de uma chamada [Birman 1996] e [Barry and Humblet 1996]. Esta restrição se deve às limitações tecnológicas atuais, que estão associadas ao alto custo dos conversores de comprimento de onda [M. Listanti and Sabella 1997].

Novas soluções de rede também são necessárias por outros motivos. A inadequação dos antigos modelos de bloqueio em relação a evolução do ambiente das redes comutadas por comprimento de onda foi apontada por [Nayak and Sivaraajan 2002] e [Nayak and Sivaraajan 2003], baseando-se na longa duração das atuais alocações dos caminhos óticos, quando comparada com o tempo que leva para a intensidade de tráfego crescer significativamente. Tais tempos médios de serviço fazem com que a rede nunca atinja o estado estacionário. Assim, é necessário atualizar os antigos modelos de bloqueio que são baseados em uma rede em equilíbrio estocástico.

Além disso, em um ambiente competitivo com múltiplos prestadores de serviço (operadoras), a probabilidade de bloqueio do usuário não depende de uma única operadora: cada operadora sabe sua própria probabilidade de bloqueio, mas não tem idéia da probabilidade de bloqueio do usuário, isto é, a probabilidade de que o usuário ser bloqueado em todas as operadoras.

Este trabalho investiga o dimensionamento de um enlace único quanto à probabilidade de bloqueio, buscando-se a otimização de alguns objetivos econômicos simples. Os resultados são comparados com o dimensionamento clássico, que tenta assegurar certa probabilidade de bloqueio máxima, a fim de avaliar as perdas econômicas baseadas no modelo clássico de regulamentação. Além disso, estudamos o comportamento deste mesmo enlace único, quando algumas métricas são inseridas no relacionamento entre duas operadoras, sob o ponto de vista da teoria de jogos [Watson 2002].

O restante deste artigo está organizado da seguinte forma. A seção 2 explica as premissas básicas do modelo clássico do enlace único, aplicado na discussão do provisionamento de canais para maximização de lucro de uma operadora (monopólio). Na seção 3 generaliza-se este modelo para um cenário de duopólio, usando algumas noções de teoria de jogos. Na seção 4 concluímos o artigo.

## 2. O modelo de enlace único

Em uma rede formada por enlace único, o número de canais  $W$  representa o número de comprimentos de onda presentes na rede ótica. Essa rede pode assumir até  $(W + 1)$  estados, que são indexados por  $i = 0, 1, 2, \dots, W$ , onde  $i$  representa o número de canais ocupados no enlace único.

Assume-se que cada canal permanece ocupado por um período de tempo cuja média é igual a um e que os tempos de duração das chamadas são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.). Desta forma, todos os tempos estão normalizados em relação ao tempo médio de duração da chamada. Assume-se também que a chegada de novas requisições é modelada por uma distribuição de *Poisson* de intensidade  $v$  *Erlang*. O número de canais ocupados pode ser modelado por um processo de Markov em tempo contínuo.

As requisições serão bloqueadas quando a rede estiver como todos os canais ocupados, isto é, no estado  $W$ . Portanto, a probabilidade de bloqueio  $P_b(W)$  pode ser determinada pela equação de *Erlang-B* [Kumar et al. 2004]:

$$P_b(W) = \frac{v^W}{\sum_{j=0}^W \frac{v^j}{j!}} \quad (1)$$

A abordagem clássica para o dimensionamento de um enlace único é feita por meio da definição da probabilidade de bloqueio em um valor normalizado específico e, em seguida, são fornecidos  $W$  canais tal que  $P_b(W)$  se mantenha abaixo do valor especificado. Em [Nayak and Sivarajan 2002] e [Ramaswami and Sivarajan 2002], no entanto, é sugerido que este modelo de bloqueio pode não ser apropriado para o atual enquadramento das redes óticas. Como as chamadas podem durar meses ou anos, e a intensidade do tráfego  $v$  pode dobrar a cada ano, a rede poderá nunca alcançar o equilíbrio. Além disso, o ambiente empresarial competitivo e a lentidão no processo de admissão de chamada podem levar uma operadora a adicionar mais canais na rede, com o intuito de admitir mais chamadas em vez de bloqueá-las.

### 2.1. Maximização do lucro para uma operadora

Vamos supor, sem perda de generalidade, que cada canal implementado na rede gere um custo fixo por unidade de tempo, o que inclui os custos operacionais e custo de capital. Seja esse custo chamado de custo normalizado por canal ou  $s$ .

Vamos supor ainda, que a receita gerada em uma unidade de tempo por um canal ativo, isto é, usado por um provedor de serviço, em uma rede enlace único seja de uma unidade. Consideremos que há lucro nessa operação, ou seja,  $s < 1$ . Assim,  $s = 0,4$  representa que, 40% de toda a receita gerada pelos canais presentes na rede é utilizada na amortização dos custos da operadora, assim quando temos valores de  $s > 1$ , a operadora está operando com prejuízo.

Quando se tem uma rede de enlace único com  $W$  comprimentos de onda no estado  $i$ , a receita líquida por unidade de tempo será dada pela seguinte equação:

$$L_i^W = i - sW \quad (2)$$

O lucro médio por unidade de tempo pode ser escrito como:

$$L(W) = \left( \sum_{i=0}^W ip_i^W \right) - sW \quad (3)$$

Assim, pela lei de Little [Gross 2008] temos:

$$\sum_{i=0}^W ip_i^W = v - vP_b(W) \quad (4)$$

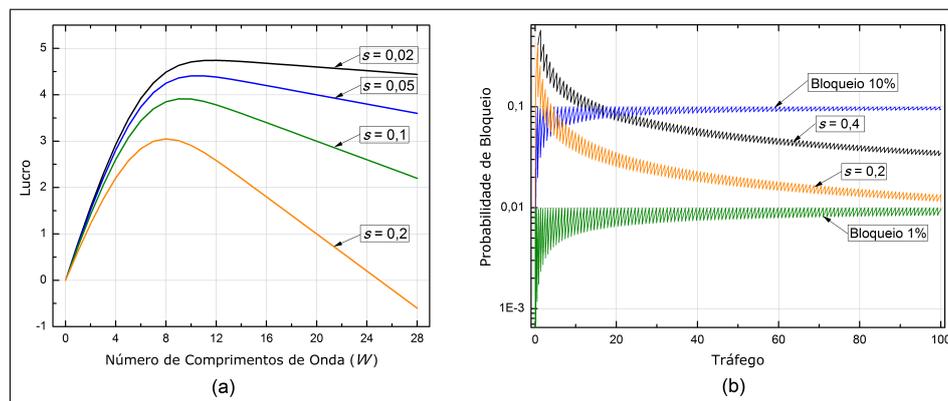
Portanto:

$$L(W) = v - vP_b(W) - sW \quad (5)$$

O primeiro termo do lado direito ( $v$ ) representa a receita potencial que pode ser gerada por um tráfego de  $v$  Erlang. O segundo termo ( $vP_b(W)$ ) é a receita perdida devido ao bloqueio. O terceiro termo ( $sW$ ) é a receita perdida em razão dos

custos de implementação de todos os  $W$  canais, incluindo os canais desocupados. Para se dimensionar a rede com o intuito de se obter o lucro máximo, dada uma determinada intensidade de tráfego  $v$ , deve-se definir um valor de  $W$  que minimize a função  $[vP_b(W) + sW]$ . Este valor é chamado  $W_{max}$ , o qual maximiza o lucro  $L(W)$ . Com o auxílio da Equação 1, faz-se uma busca numérica do valor  $W_{max}$  para alguns valores específicos de custo ( $s$ ). Na Figura 1, mostra-se a variação do lucro  $L(W)$  em relação a  $W$  para um tráfego  $v=5$  Erlang para vários valores de  $s$ . Cada curva apresenta um único valor máximo de  $W = W_{max}(v)$ . Por exemplo,  $W_{max}=8$  para um custo  $s = 0,2$ , com lucro máximo igual a 3 para uma receita potencial de  $v = 5$ . Portanto, neste exemplo, o custo (pelo bloqueio e pelo custo do canal) é de aproximadamente  $2 = (5 - 3)$ . Uma vez que os custos totais de implementação são  $sW=1,6$ , a receita perdida pelo bloqueio é de 0,4, correspondendo a uma probabilidade de bloqueio  $(0,4/5)=8\%$ . Nota-se que este valor de probabilidade de bloqueio é ótimo para um tráfego  $v = 5$  e custo  $s = 0,2$ . Contudo, se o sistema está dimensionado para maximizar o lucro, quando estes parâmetros forem alterados, o valor da probabilidade de bloqueio também mudará. Além disso, na Figura 1 mostra-se que a maximização do lucro, torna-se crítica quando  $s$  excede os 10%. Por exemplo, se  $v = 5$  e  $s = 0,2$ , a rede irá gerar lucro negativo (prejuízo) se  $W$  é maior que 25, isto é, cerca de três vezes maior que o valor ótimo. Por outro lado, a Figura 1(a) mostra que o custo devido ao sobre-dimensionamento da rede torna-se insignificante quando o custo normalizado do canal é menor que 2%.

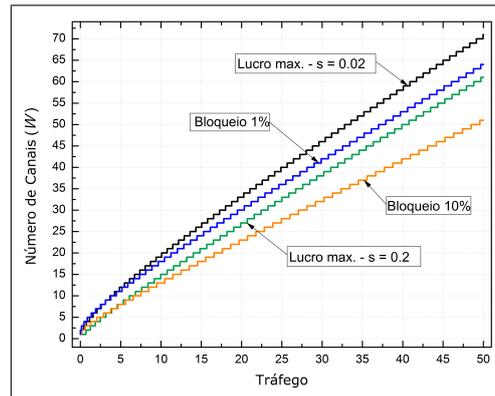
A Figura 1(b) mostra a variação da probabilidade de bloqueio em função da intensidade do tráfego no caso de maximização do lucro, para alguns valores (0,2 e 0,4) de custo do canal normalizado  $s$ . Para parâmetro de comparação, é mostrada uma rede com o número mínimo de canais tal que mantenha a probabilidade de bloqueio para uma rede abaixo de 1% e 10%. Em todos os casos, as descontinuidades correspondem à adição de mais um canal, com o objetivo de se manter a maximização do lucro ou de manter a probabilidade de bloqueio abaixo de um valor especificado, conforme o caso.



**Figura 1.** (a) Maximização do lucro para  $v = 5$ . (b) Variação da probabilidade de bloqueio pela intensidade do tráfego para redes dimensionadas para maximização do lucro e redes dimensionadas pela probabilidade de bloqueio.

A Figura 2 mostra um comparativo entre as redes que maximizam o lucro com redes que são dimensionadas para garantir uma probabilidade de bloqueio abaixo de

1% e 10% em função do número de comprimentos de onda  $W$ . Podemos observar que as redes dimensionadas para garantir um valor de probabilidade de bloqueio adicionam uma quantidade menor de canais à medida que o tráfego cresce, já o enlace único dimensionado para maximizar o lucro permite a adição de uma maior quantidade de canais o que condiz com o fato observado na figura 1b, onde podemos observar a tendência de queda da probabilidade de bloqueio com o aumento do tráfego.



**Figura 2.** Redes dimensionadas pela maximização do lucro e redes dimensionadas para probabilidade de bloqueio abaixo de 1% e 10% .

## 2.2. Sobredimensionamento competitivo para aumentar a fatia do mercado

Ao invés de se operar a rede com a capacidade que maximize lucro, é possível dimensioná-la para ultrapassar esta condição, caso a operadora deseje concorrer por uma quota maior do mercado, renunciando a parte do lucro para esse fim. Suponhamos que a fração positiva máxima que a operadora está disposta a renunciar seja  $\alpha$ . Assume-se que  $\alpha \in [0,1]$ , isto é, a operadora estaria disposta até a renunciar todo seu lucro, mas não poderia operar com prejuízo. O sistema será dimensionado para  $W_\alpha$  comprimentos de onda, dado que  $W_\alpha$  é o número máximo de comprimentos de onda  $W$  para os quais  $L(W)$  excede  $(1 - \alpha)L(W_{max})$ .

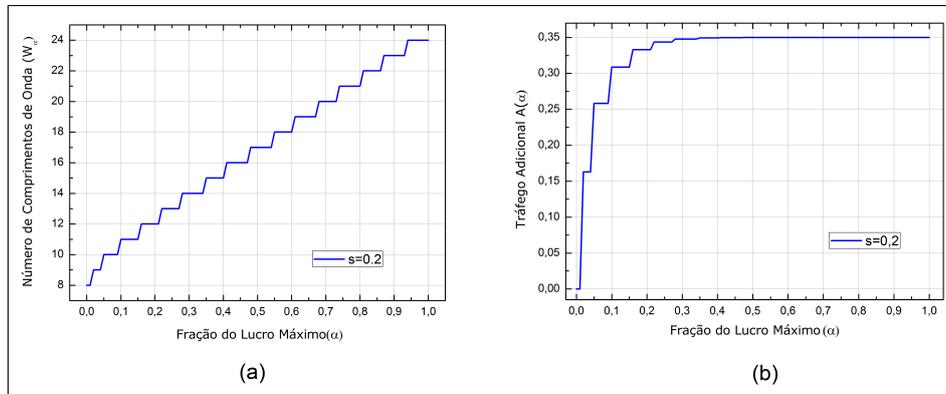
O fator  $\alpha$  pode ser determinado de tal forma que a operadora saiba qual a quantia de tráfego adicional  $A(\alpha)$  que ela poderia acolher em sua rede em troca do lucro perdido  $\alpha L(W_{max})$ :

$$A(\alpha) = v[P_b(W_{max}) - P_b(W_\alpha)] \quad (6)$$

A Figura 3(a) mostra o aumento do número de comprimentos de onda  $W_\alpha$  que irá gerar fração  $\alpha$  do lucro renunciado dependendo da abordagem escolhida. À medida que o lucro é corroído de zero até 100% o número de comprimentos de onda é ampliado de 8 até 24, gerando um acréscimo de investimento de capital de até 200%.

A Figura 3(b) mostra a fração correspondente de tráfego adicional fornecido  $A(\alpha)$  quando  $\alpha$  varia de 0 até 1 para  $v = 5$  e  $s = 0,2$ . Podemos observar que o tráfego adicional satura em 35% do seu valor de maximização do lucro quando  $\alpha$  é

de 0,3. Portanto, não parece haver nenhum motivo para renunciar a mais que 30% do lucro máximo, pois isso não traria nenhum tráfego adicional.



**Figura 3.** (a) Variação do número máximo de comprimentos de onda  $W_\alpha$  com a fração do lucro máximo e (b) Variação do tráfego adicional  $A(\alpha)$  versus a fração do lucro máximo ( $\alpha$ ) para  $v = 5$  e  $s = 0,2$ .

Mas entre zero e 0,3, qual seria a escolha mais racional para o valor de  $\alpha$ ? A resposta depende do ambiente de negócios, caracterizado pelo número de operadoras no mercado e o padrão de demanda dos usuários. Na próxima seção, discutiremos isso para um ambiente dado por duas operadoras (duopólio) e uma grande população de usuários que buscam minimizar sua probabilidade de bloqueio.

### 3. Modelo de enlace único para duas operadoras

Nessa seção, discutiremos um mercado com duas operadoras provendo canais para um grande conjunto de usuários em um enlace único. Cada usuário do enlace único gera um tráfego muito pequeno, de modo que o tráfego gerado para os canais pode ser tratado como variável contínua. Em um dado momento, cada usuário enviará inicialmente sua requisição para sua operadora primária. Se esta requisição for bloqueada por esta operadora, o usuário tentará conexão com a operadora secundária.

Caso o usuário não esteja satisfeito com a operadora primária, ele pode transferir a primeira tentativa da sua próxima requisição para outra operadora.

Assumindo um dado comportamento de troca de operadora pelo usuário, queremos obter o resultado em equilíbrio da divisão do tráfego total entre duas operadoras, dado um determinado número de canais  $W_1$  e  $W_2$  disponibilizados pelas operadoras 1 e 2, respectivamente. Com o intuito de obter este particionamento para discussão deste jogo teórico, na subseção 3.1 discutiremos o modelo de probabilidade de bloqueio dos operadores quando o tráfego é  $v = v_1 + v_2$ , onde  $v_i$  é o tráfego dirigido primeiramente à operadora  $i \in 1, 2$ .

#### 3.1. Um Modelo de Bloqueio para Duopólio

Admitindo que as chegadas das requisições obedecem uma distribuição poissoniana, o modelo de duopólio pode ser representado por um sistema de Markov em tempo contínuo, como pode ser observado na Figura 4 para  $(W_1, W_2) = (3, 2)$ .

O sistema está no estado  $(i, j)$ , com  $0 \leq i \leq W_1$  e  $0 \leq j \leq W_2$ , quando a operadora 1 tiver  $i$  canais ocupados e o a operadora 2 tiver  $j$  canais ocupados. Portanto, o número total de estados será  $(W_1 + 1)(W_2 + 1)$ . Assume-se que  $v_1$  e  $v_2$  são dados, e sua soma é dada por  $v = v_1 + v_2$ .

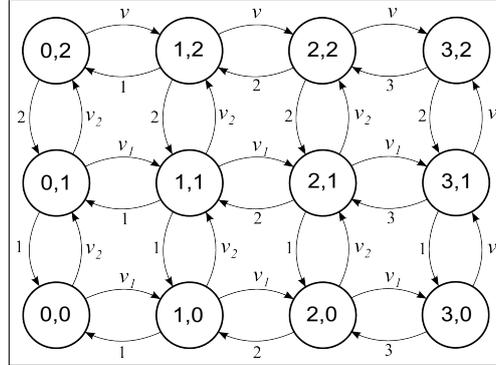


Figura 4. Representação do modelo de Duopólio.

A taxa de transição do estado  $(i, j)$  para o estado  $(k, l)$  será dada pelas seguintes equações:

$$\lambda_{(i,j),(k,l)} = \begin{cases} v_1 & \text{se } k = (i + 1), 0 \leq i < W_1, \text{ e } 0 \leq j = l < W_2; \\ v & \text{se } k = (i + 1), 0 \leq i < W_1, \text{ e } j = l = W_2; \\ v_2 & \text{se } l = (j + 1), 0 \leq i = k < W_1, \text{ e } 0 \leq j < W_2; \\ v & \text{se } l = (j + 1), 0 \leq j < W_2, \text{ e } i = k = W_1; \\ i & \text{se } k = (i - 1), 0 < i \leq W_1; \\ j & \text{se } l = (j - 1), 0 < j \leq W_2; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (7)$$

Uma vez que as taxas de transição são definidas e os estados são indexados em uma ordem seqüencial unidimensional, a probabilidade do estado estacionário  $p_{ij}$  pode ser encontrada pela técnica de análise padrão de Markov [Kumar et al. 2004].

A probabilidade de bloqueio  $P_{b1}$  e  $P_{b2}$  das operadoras 1 e 2 serão dadas por:

$$P_{b1} = \sum_{j=0}^{W_2} p_{W_1 j} \quad (8)$$

$$P_{b2} = \sum_{i=0}^{W_1} p_{i W_2} \quad (9)$$

Note que a probabilidade de bloqueio total, isto é, a probabilidade do usuário ser bloqueado pelas duas operadoras, é dada pela Equação 1 com  $W = W_1 + W_2$ , independentemente do número de canais individuais disponibilizados por cada operadora. Portanto, dado que todos os usuários têm a mesma probabilidade de bloqueio de serem bloqueados por ambas operadoras, eles deverão buscar uma operadora primária que lhes dê a melhor probabilidade de atendimento imediato, afim de evitar um tempo de negociação maior e, eventualmente, aproveitar os ocasionais benefícios de fidelidade.

Como usuários buscam serviços mais rápidos, estes buscarão evitar operadoras que estejam sobrecarregadas. Logo, o tráfego total será dividido entre as duas operadoras de acordo com uma distribuição de equilíbrio, gerando valores de estado estacionário para  $v_1$  e  $v_2$ . Tais distribuições de equilíbrio são discutidas na próxima subseção para dois cenários de busca de qualidade pelos usuários.

### 3.2. O Jogo de Distribuição do Tráfego

Na subseção 3.1, mostramos como as probabilidades de bloqueio primárias  $P_{b1}$  e  $P_{b2}$  são determinadas pela distribuição do tráfego total  $v$  nos tráfegos primários  $v_1$  e  $v_2$  oferecido inicialmente as operadoras 1 e 2, respectivamente. Este cálculo é suficiente em uma situação em que é atribuído a cada usuário uma operadora por um determinado agente atuando como um intermediário (broker). No entanto, se os usuários forem livres para mudar sua operadora primária de acordo com alguma estratégia, então pode emergir um equilíbrio da estratégia definida. Nesta seção, discutiremos este equilíbrio para dois cenários de comportamento estratégico dos usuários.

#### 3.2.1. Equilíbrio de Nash

Durante a operação, os usuários podem estimar a probabilidade de bloqueio de sua operadora principal através do seu histórico de bloqueio. No entanto, eles não sabem a probabilidade de bloqueio da operadora secundária, a não ser que este seja testado. Nesta subseção, assumimos que os usuários podem ocasionalmente testar a probabilidade de bloqueio da operadora secundária, permitindo a comparação com a taxa de bloqueio da sua operadora principal. Se a probabilidade de bloqueio da operadora secundária for inferior à probabilidade de bloqueio da operadora principal, o usuário irá trocar de operadora principal. A estratégia do usuário tem como objetivo minimizar sua probabilidade de bloqueio. Nesta circunstância, o equilíbrio surgirá quando nenhum dos usuários tiver incentivos para mudar de operadora principal. Em teoria de jogos, chamamos esta situação de equilíbrio de Nash [Watson 2002].

A Figura 5 mostra as probabilidades de bloqueio  $P_{b1}$  e  $P_{b2}$  como funções de  $v_1$  quando  $v = 8$ , para  $(W_1, W_2) = (5, 3)$  na Figura 5a, e  $(W_1, W_2) = (7, 1)$  na Figura 5b.

Na Figura 5a, as duas curvas se cruzam em um ponto onde  $P_{b1} = P_{b2}$ . Consideremos um cliente da operadora 2 quando o tráfego é dividido em algum ponto à esquerda deste ponto de cruzamento. Quando o usuário testar a operadora 1, encontrará uma probabilidade de bloqueio menor que a de sua operadora principal e mudará para a operadora 1, aumentando ligeiramente o tráfego  $v$ , na direção do ponto de cruzamento. Agora, consideremos um cliente da operadora 1, quando o tráfego é dividido em algum ponto à direita do ponto de cruzamento. Quando o usuário testar a operadora 2, encontrará uma probabilidade de bloqueio menor que a de sua operadora principal e mudará para a operadora 2, reduzindo ligeiramente o tráfego  $v$ , na direção do ponto de cruzamento. Assim conclui-se que a divisão do tráfego convergirá para o ponto de cruzamento onde ocorre o equilíbrio de Nash.

Na Figura 5b, não existe nenhum ponto de cruzamento onde  $P_{b1} = P_{b2}$ . No-

vamente considera-se um cliente da operadora 2, quando o tráfego é dividido em qualquer ponto do gráfico: quando testada a operadora 1, o usuário encontrará uma menor probabilidade de bloqueio e mudará para operadora 1. Portanto,  $v_1$  será incrementado até que  $v_1 = v$ , significando assim que a operadora 1 irá capturar todo o tráfego principal, e a operadora 2 irá capturar apenas o tráfego secundário. Isso ocorre por que a probabilidade de bloqueio da operadora 2 gerado pelo transbordamento do tráfego da operadora 1, já é maior que o probabilidade de bloqueio da operadora 1 mesmo quando a operadora 1 carrega todo o tráfego. Assim o equilíbrio de Nash é dado por  $(v_1, v_2) = (8, 0)$ , com  $P_{b1} > P_{b2}$ .

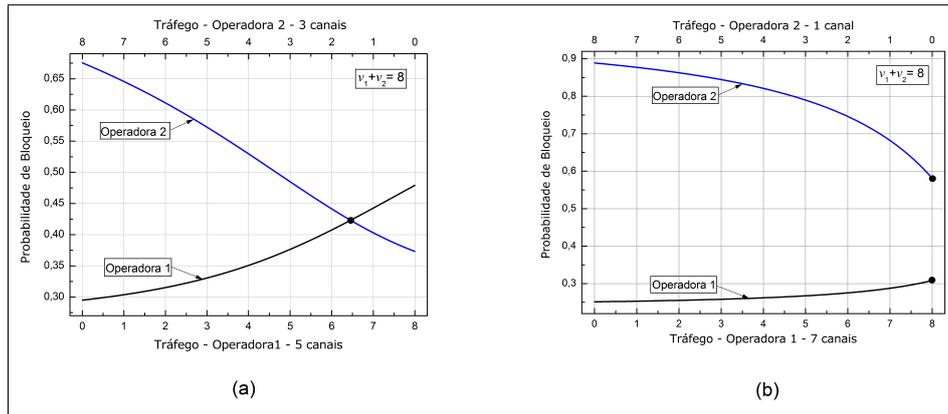


Figura 5. Representação do modelo de duopólio com equilíbrio de Nash.

### 3.2.2. Comportamento do Usuário Impaciente

Com o objetivo de testar a probabilidade de bloqueio da operadora secundária, o usuário teria que tornar a operadora secundária sua operadora principal temporariamente até estimar de forma confiável sua probabilidade de bloqueio. Este processo pode levar algum tempo, pois centenas de requisições poderão ser necessárias para uma estimativa confiável da probabilidade de bloqueio da operadora.

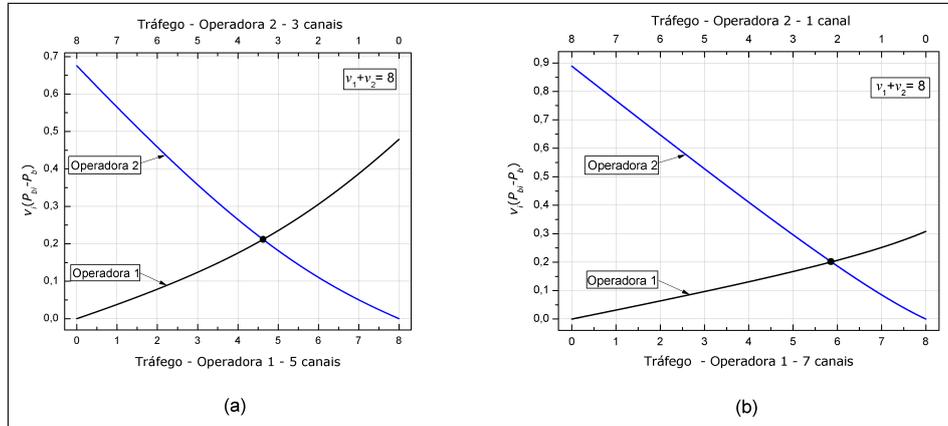
Por outro lado existem usuários que não terão a paciência de aguardar a estimativa de probabilidade de bloqueio. Desta forma, podemos considerar um cenário em que os usuários mudam de operadora principal, assim que seu pedido for bloqueado, pela operadora primária e recebido pela operadora secundária. Este comportamento gera uma taxa  $v_i(P_{bi} - P_b)$  de mudanças de clientes de sua operadora  $i$  para a operadora concorrente. Portanto, o equilíbrio da divisão do tráfego será atingido pela seguinte condição:

$$v_1(P_{b1} - P_b) = v_2(P_{b2} - P_b) \quad (10)$$

Observa-se que a necessidade de subtração de  $P_b$  em  $P_{bi}$  na Equação 10 surge da hipótese de que o usuário bloqueado pelas duas operadoras não mudará de operadora principal.

A Figura 6 mostra as variações de  $v_i(P_{bi} - P_b)$  com  $v_i$  com  $i \in \{1, 2\}$  para alguns valores de  $(W_1, W_2)$ . Pode-se observar que, neste caso, o equilíbrio é sempre associado a um ponto de cruzamento entre duas curvas, já que cada curva inicia do zero

para um tráfego primário igual a zero. Isto significa que uma operadora de pequeno porte sempre será capaz de capturar algum tráfego primário, independentemente de sua quantidade de canais provisionados.



**Figura 6.** Representação do modelo de duopólio com comportamento impaciente do usuário.

### 3.3. O Jogo entre Duas Operadoras

Chama-se a taxa de admissão de chamadas das operadoras 1 e 2, respectivamente, como  $R_1(v_1, v_2)$  e  $R_2(v_1, v_2)$ . Uma vez que supomos a duração média de chamadas unitária, podemos dizer pela Lei de Little que  $R_1(v_1, v_2)$  e  $R_2(v_1, v_2)$  também representam o número médio de clientes que estão sendo servidos, respectivamente, pelas operadoras 1 e 2 em um determinado momento. Além disso, a partir do momento que se toma a receita de qualquer chamada por unidade de tempo como sendo unitária,  $R_1(v_1, v_2)$  e  $R_2(v_1, v_2)$  também representam as taxas das receitas arrecadadas, respectivamente, pelas operadoras 1 e 2.

A partir do modelo de Markov da subseção 3.1 (vide ilustração na Figura 4) e Equações 13 e 14, observamos que as taxas de admissão de chamadas pelas operadoras 1 e 2 são dadas por:

$$R_1(v_1, v_2) = v_1(1 - P_{b1}) + v_2(P_{b2} - P_b) \quad (11)$$

$$R_2(v_1, v_2) = v_2(1 - P_{b2}) + v_1(P_{b1} - P_b) \quad (12)$$

O modelo teórico do jogo da subseção 3.2 fornece meios para estimar os valores de estado estacionário de  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $P_{b1}$  e  $P_{b2}$ , assim como  $P_b$ , dado o número de canais  $W_1$  e  $W_2$  fornecido, respectivamente, pelas operadoras 1 e 2. Portanto, pode-se obter o valor do lucro  $T_1(W_1, W_2)$  e  $T_2(W_1, W_2)$  alcançado pelas operadoras 1 e 2 segundo

$$T_1(W_1, W_2) = R_1(W_1, W_2) - s_1 W_1 \quad (13)$$

$$T_2(W_1, W_2) = R_2(W_1, W_2) - s_2 W_2 \quad (14)$$

onde  $s_1$  e  $s_2$  são os custos unitários de canal praticados pelas operadoras 1 e 2, respectivamente.

Obviamente, o lucro de cada operadora depende não somente do número de canais de que dispõem, mas também de quantos canais são disponibilizados pelo concorrente. Assim, supondo que o objetivo de cada operadora é maximizar seu lucro, qualquer tentativa de otimizar sua oferta de canais vai cair no domínio da Teoria de Jogos. No entanto, ao contrário do que foi discutido na subseção 3.2, onde analisamos um jogo que envolve um grande número de jogadores (usuários), agora temos um jogo em que temos apenas dois jogadores (operadoras).

Nesta subseção, iremos supor que  $s_1 = s_2 = s$ , o que significa que ambas operadoras trabalham com o mesmo custo de implantação por canal. A Tabela 1 mostra o lucro obtido pelas operadoras 1 e 2 quando  $v = 5$ ,  $s = 0, 2$ ,  $(W_1, W_2) \in [0, 14] \times [0, 14]$ , e os usuários escolhem suas operadoras principais, testando ocasionalmente sua probabilidade de bloqueio e mudando para outra operadora que lhe ofereça uma menor probabilidade de bloqueio. Em teoria de jogos, cada valor inteiro de  $W_i \in [0, \infty)$  representa uma estratégia pura do jogador. Portanto, a Tabela 1 representa os lucros obtidos em um sub conjunto do perfil de estratégias global, sendo normalmente chamado de jogo.

**Tabela 1.** Duas operadoras jogando com usuários que minimizam sua probabilidade de bloqueio

Coluna	0		1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		13		14		
Linha	Op. 1	Op. 2	Op. 1	Op. 2	Op. 1	Op. 2	Op. 1	Op. 2																							
0	0.0	0.0	0.0	0.6	0.0	1.2	0.0	1.8	0.0	2.2	0.0	2.6	0.0	2.8	0.0	3.0	<b>0.0</b>	3.0	0.0	3.0	0.0	2.9	0.0	2.8	0.0	2.6	<b>0.0</b>	<b>2.4</b>	<b>0.0</b>	<b>2.2</b>	
1	0.6	0.0	0.6	0.6	0.6	1.2	0.5	1.7	0.5	2.1	0.4	2.5	0.3	2.7	0.2	2.8	<b>0.1</b>	<b>2.9</b>	0.1	2.8	0.0	2.8	-0.1	2.6	-0.1	2.5	-0.1	2.3	-0.2	2.2	
2	1.2	0.0	1.2	0.6	1.1	1.1	1.0	1.6	0.9	2.0	0.8	2.2	0.6	2.4	0.5	2.6	<b>0.3</b>	<b>2.6</b>	0.2	2.6	0.1	2.5	0.0	2.4	-0.1	2.3	-0.2	2.2	-0.2	2.0	
3	1.8	0.0	1.7	0.5	1.6	1.0	1.4	1.4	1.2	1.8	1.1	2.0	0.9	2.2	0.7	2.2	<b>0.5</b>	<b>2.3</b>	0.3	2.3	0.2	2.2	0.0	2.2	-0.1	2.1	-0.2	2.0	-0.3	1.9	
4	2.2	0.0	2.1	0.5	2.0	0.9	1.8	1.2	1.5	1.5	1.3	1.7	1.1	1.9	0.8	1.9	0.6	2.0	<b>0.4</b>	<b>2.0</b>	0.2	2.0	0.1	1.9	-0.1	1.9	-0.2	1.8	-0.3	1.7	
5	2.6	0.0	2.5	0.4	2.2	0.8	2.0	1.1	1.7	1.3	1.5	1.5	1.2	1.6	0.9	1.6	0.7	1.7	<b>0.5</b>	<b>1.7</b>	0.3	1.7	0.1	1.7	0.0	1.6	-0.2	1.6	-0.3	1.5	
6	2.8	0.0	2.7	0.3	2.4	0.6	2.2	0.9	1.9	1.0	1.6	1.2	1.3	1.3	1.0	1.4	0.8	1.4	0.6	1.4	<b>0.4</b>	<b>1.4</b>	0.2	1.4	0.0	1.4	-0.1	1.3	-0.3	1.3	
7	3.0	0.0	2.8	0.2	2.6	0.5	2.2	0.7	1.9	0.8	1.6	0.9	1.4	1.0	1.1	1.1	0.9	1.1	0.6	1.2	<b>0.4</b>	<b>1.2</b>	0.2	1.2	0.0	1.2	-0.1	1.1	-0.3	1.1	
8	<b>3.0</b>	<b>0.0</b>	<b>2.9</b>	<b>0.1</b>	<b>2.6</b>	<b>0.3</b>	2.3	0.5	2.0	0.6	1.7	0.7	1.4	0.8	1.1	0.9	0.9	0.9	0.7	0.9	0.5	0.9	<b>0.3</b>	<b>0.9</b>	0.1	0.9	-0.1	0.9	-0.3	0.9	
9	3.0	0.0	2.8	0.1	2.6	0.2	<b>2.3</b>	<b>0.3</b>	<b>2.0</b>	<b>0.4</b>	<b>1.7</b>	<b>0.5</b>	1.4	0.6	1.2	0.6	0.9	0.7	0.7	0.7	0.5	0.7	<b>0.3</b>	<b>0.7</b>	0.1	0.7	-0.1	0.7	-0.3	0.7	
10	2.9	0.0	2.8	0.0	2.5	0.1	2.2	0.2	2.0	0.2	1.7	0.3	<b>1.4</b>	<b>0.4</b>	<b>1.2</b>	<b>0.4</b>	0.9	0.5	0.7	0.5	0.5	0.5	<b>0.3</b>	<b>0.5</b>	0.1	0.5	-0.1	0.5	-0.3	0.5	
11	2.8	0.0	2.6	-0.1	2.4	0.0	2.2	0.0	1.9	0.1	1.7	0.1	1.4	0.2	1.2	0.2	<b>0.9</b>	<b>0.3</b>	<b>0.7</b>	<b>0.3</b>	<b>0.5</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	<b>0.1</b>	<b>0.3</b>	-0.1	0.3	-0.3	0.3
12	2.6	0.0	2.5	-0.1	2.3	-0.1	2.1	-0.1	1.9	-0.1	1.6	0.0	1.4	0.0	1.2	0.0	0.9	0.1	0.7	0.1	0.5	0.1	<b>0.3</b>	<b>0.1</b>	0.1	0.1	-0.1	0.1	-0.3	0.1	
13	<b>2.4</b>	<b>0.0</b>	2.3	-0.1	2.2	-0.2	2.0	-0.2	1.8	-0.2	1.6	-0.2	1.3	-0.1	1.1	-0.1	0.9	-0.1	0.7	-0.1	0.5	-0.1	<b>0.3</b>	<b>-0.1</b>	0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.3	-0.1	
14	<b>2.2</b>	<b>0.0</b>	2.2	-0.2	2.0	-0.2	1.9	-0.3	1.7	-0.3	1.5	-0.3	1.3	-0.3	1.1	-0.3	0.9	-0.3	0.7	-0.3	0.5	-0.3	0.3	-0.3	0.1	-0.3	-0.1	-0.3	-0.3	-0.3	

Vamos supor que, antes de começar o jogo, a operadora 2 não existisse, e a operadora 1 estivesse em uma posição monopolista na qual conseguiu otimizar seus lucros. De acordo com a Figura 2, isto significa que a operadora 1 disponibilizou 8 canais, assim o jogo começa na célula (8,0) da Tabela 1, com o lucro (3,0).

A fim de compreender a dinâmica da maximização do lucro neste ambiente, vamos supor que ambas as operadoras têm acesso a Tabela 1, que cada uma sabe onde o jogo foi iniciado e que cada jogador faz seu jogo e espera o lance do outro jogador. Assim, sucessivamente, eles vão alterando a distribuição do número de canais de forma a maximizar seu lucro.

Quando a operadora 2 entra no jogo e observa o sistema na célula (8,0), este observa na Tabela 1 que seu lucro é maximizado pela implantação de 12 canais, assim movendo o perfil de estratégia para célula (8,12), com perfil de lucro (0,1). Então, a operadora 1 observa a tabela 1 e decide maximizar seu lucro implantando mais canais 5, e movendo o mercado para a célula (13,12) com o perfil de lucro (0,1, -0,1), onde a operadora 2 começa a ter perdas operacionais. Finalmente, a operadora 2 observa para a Tabela 1 e percebe que, a fim de maximizar seus lucros

(o que significa minimizar as suas perdas), deve reduzir o número de canais a zero (ou seja, fechar o seu negócio), deixando o mercado configurado como um monopólio na célula (13,0), onde a operadora 1 obtém um lucro igual a 2,4.

Neste ponto, se a operadora 1 mantiver seu comportamento de maximização do lucro, irá reduzir o número de canais para 8, iniciando o ciclo anterior novamente. Portanto, o equilíbrio não é alcançado quando os jogadores usam as estratégias puras de maximização do lucro, gerando um jogo instável. Na verdade, o equilíbrio de Nash baseado em estratégias puras, exigiria a existência de uma célula onde os lucros de ambas operadoras fossem máximos e, como podemos observar na Tabela 1 não existe tal situação. Neste caso, a teoria de jogos diz que existe um equilíbrio de Nash quando usam-se estratégias mistas. Em uma estratégia mista, cada jogador irá escolher uma de um conjunto de estratégias puras de acordo com uma determinada lei probabilística. No entanto, considerando que os custos de implantação do canal não podem ser facilmente recuperados, exceto através das receitas operacionais (ou seja, são custos "irrecuperáveis"), estratégias mistas não parecem ser aplicáveis neste ambiente.

Depois de recuperar sua posição monopolista na célula (13,0), a operadora 1 pode decidir mudar de estratégia a respeito da maximização do lucro. Sabendo que seu retorno para a célula (8,0), com o objetivo de maximizar seu lucro irá incentivar operadoras à entrar no mercado, fazendo com que seu lucro seja compartilhado com a concorrência, este pode decidir renunciar a parte do lucro máximo em prol da estabilidade. Desta forma, em vez de recuperar seu lucro inicial de 3,0, a operadora 1 pode desejar manter a implantação de 13 canais e se contentar com um lucro de 2,4. Este critério de dimensionamento efetivamente alcança a maximização do lucro de forma "estável" para qualquer operadora em um mercado onde todas as outras operadoras são rigorosas maximizadoras de lucros de curto prazo. A resposta para a pergunta apresentada na subseção 2.3 é que a escolha racional para a fração de renúncia  $\alpha$  do lucro máximo é  $\alpha = 0,2 = 1 - 2,4/3$ , que no caso de  $v = 5$  e  $s = 0,2$  é suficiente para assegurar 100% do *market share* se os outros jogadores tiverem como objetivo a maximização do lucro a curto prazo. A Figura 7 sugere um método para determinação do número mínimo de canais necessários para alcançar a condição de monopólio (100% de *market share*), quando todos os outros jogadores têm por objetivo a maximização do lucro a curto prazo. A análise teórica do jogo da Tabela 1 mostra que este valor ( $W_2 = 13$ ) pode ser uma solução de dimensionamento que maximiza o lucro num ambiente caracterizado pela fraca competitividade. Chamamos esta solução de monopólio competitivo pela capacidade do canal, ao contrário das soluções de maximização do lucro e limite superior da probabilidade de bloqueio que são mais relevantes para ambientes de monopólio regulado.

A Tabela 2 mostra os lucros obtidos pelas operadoras 1 e 2, quando os usuários apresentam um comportamento impaciente, mudando de operadora principal sempre que uma requisição for bloqueada pela sua operadora. Novamente supomos que a operadora 2, quando entra no jogo, vê o sistema na célula (8,0), olha para a Tabela 2 e percebe que seu lucro é maximizado pela implantação de 11 canais, assim movendo seu perfil de estratégia para célula (8,11), com um perfil de lucro (0,3, 0,9). Quando a operadora 1 observa a Tabela 2, decide maximizar novamente

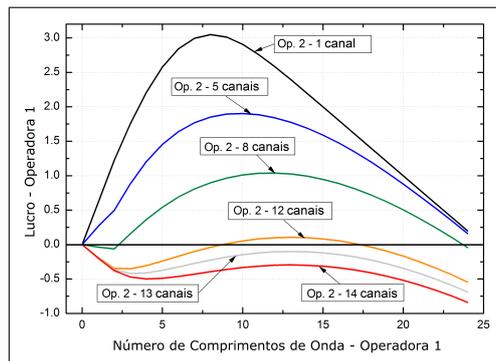


Figura 7. Variação do lucro da operadora 1 pelo número de canais ( $W_1$ ).

seu lucro com a adição de mais 3 canais, movendo assim o perfil de estratégia para célula (11,11) com um perfil de lucro (0,3, 0,3). Observe na Tabela 2, que tanto os lucros na célula (11,11) são máximos locais, mostrando que surge um equilíbrio de Nash nesta condição, assim nenhum dos jogadores é incentivado a mudar sua estratégia (número de canais). Portanto, o mercado vai ficar nessa posição, se ambos os jogadores estão maximizando seu lucro a curto prazo. Na vida real, porém, nenhum jogador ficará satisfeito com um lucro de 0,3. Desta forma, quando uma das operadoras observa a Tabela 2, percebe que a implantação de mais dois canais não causará uma alteração de seu lucro máximo e levará o concorrente a deixar o jogo concedendo a operadora um monopólio competitivo com lucro 2,4. No entanto, se ambos os jogadores se movem para esta direção, eles irão movimentar o mercado para a célula (13,13), onde ambos irão operar com lucro negativo.

Tabela 2. Duas operadoras jogando com usuários impacientes

Coluna	0		1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		13		14		
Linha	Op. 1	Op. 2																													
0	0.0	0.0	0.0	0.6	0.0	1.2	0.0	1.8	0.0	2.2	0.0	2.6	0.0	2.8	0.0	3.0	<b>0.0</b>	<b>3.0</b>	0.0	3.0	0.0	2.9	0.0	2.8	0.0	2.6	<b>0.0</b>	<b>2.4</b>	<b>0.0</b>	<b>2.2</b>	
1	0.6	0.0	0.6	0.6	0.6	1.2	0.5	1.7	0.5	2.1	0.4	2.5	0.3	2.7	0.2	2.8	<b>0.1</b>	<b>2.9</b>	0.1	2.8	0.0	2.8	-0.1	2.6	-0.1	2.5	-0.1	2.3	-0.2	2.2	
2	1.2	0.0	1.2	0.6	1.1	1.1	1.0	1.6	0.9	2.0	0.8	2.2	0.6	2.4	0.5	2.6	<b>0.3</b>	<b>2.6</b>	0.2	2.6	0.1	2.5	0.0	2.4	-0.1	2.3	-0.2	2.2	-0.2	2.0	
3	1.8	0.0	1.7	0.5	1.6	1.0	1.4	1.4	1.2	1.8	1.1	2.0	0.9	2.2	0.7	2.2	<b>0.5</b>	<b>2.3</b>	0.3	2.3	0.2	2.2	0.0	2.2	-0.1	2.1	-0.2	2.0	-0.3	1.9	
4	2.2	0.0	2.1	0.5	2.0	0.9	1.8	1.2	1.5	1.5	1.3	1.7	1.1	1.9	0.8	1.9	0.6	2.0	<b>0.4</b>	<b>2.0</b>	0.2	2.0	0.1	1.9	-0.1	1.9	-0.2	1.8	-0.3	1.7	
5	2.6	0.0	2.5	0.4	2.2	0.8	2.0	1.1	1.7	1.3	1.5	1.5	1.2	1.6	0.9	1.6	0.7	1.7	<b>0.5</b>	<b>1.7</b>	0.3	1.7	0.1	1.7	0.0	1.6	-0.2	1.6	-0.3	1.5	
6	2.8	0.0	2.7	0.3	2.4	0.6	2.2	0.9	1.9	1.0	1.6	1.2	1.3	1.3	1.0	1.4	0.8	1.4	0.6	1.4	<b>0.4</b>	<b>1.4</b>	0.2	1.4	0.0	1.4	-0.1	1.3	-0.3	1.3	
7	3.0	0.0	2.8	0.2	2.6	0.5	2.2	0.7	1.9	0.8	1.6	0.9	1.4	1.0	1.1	1.1	0.9	1.1	0.6	1.2	<b>0.4</b>	<b>1.2</b>	0.2	1.2	0.0	1.2	-0.1	1.1	-0.3	1.1	
8	<b>3.0</b>	<b>0.0</b>	<b>2.9</b>	<b>0.1</b>	<b>2.6</b>	<b>0.3</b>	2.3	0.5	2.0	0.6	1.7	0.7	1.4	0.8	1.1	0.9	0.9	0.9	0.7	0.9	0.5	0.9	<b>0.3</b>	<b>0.9</b>	0.1	0.9	-0.1	0.9	-0.3	0.9	
9	3.0	0.0	2.8	0.1	2.6	0.2	<b>2.3</b>	<b>0.3</b>	<b>2.0</b>	<b>0.4</b>	<b>1.7</b>	<b>0.5</b>	1.4	0.6	1.2	0.6	0.9	0.7	0.7	0.7	0.5	0.7	<b>0.3</b>	<b>0.7</b>	0.1	0.7	-0.1	0.7	-0.3	0.7	
10	2.9	0.0	2.8	0.0	2.5	0.1	2.2	0.2	2.0	0.2	1.7	0.3	<b>1.4</b>	<b>0.4</b>	<b>1.2</b>	<b>0.4</b>	0.9	0.5	0.7	0.5	0.5	0.5	0.5	<b>0.3</b>	<b>0.5</b>	0.1	0.5	-0.1	0.5	-0.3	0.5
11	2.8	0.0	2.6	-0.1	2.4	0.0	2.2	0.0	1.9	0.1	1.7	0.1	1.4	0.2	1.2	0.2	<b>0.9</b>	<b>0.3</b>	<b>0.7</b>	<b>0.3</b>	<b>0.5</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	<b>0.1</b>	<b>0.3</b>	-0.1	0.3	-0.3	0.3
12	2.6	0.0	2.5	-0.1	2.3	-0.1	2.1	-0.1	1.9	-0.1	1.6	0.0	1.4	0.0	1.2	0.0	0.9	0.1	0.7	0.1	0.5	0.1	<b>0.3</b>	<b>0.1</b>	0.1	0.1	-0.1	0.1	-0.3	0.1	
13	<b>2.4</b>	<b>0.0</b>	2.3	-0.1	2.2	-0.2	2.0	-0.2	1.8	-0.2	1.6	-0.2	1.3	-0.1	1.1	-0.1	0.9	-0.1	0.7	-0.1	0.5	-0.1	0.3	-0.1	0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.3	-0.1	
14	<b>2.2</b>	<b>0.0</b>	2.2	-0.2	2.0	-0.2	1.9	-0.3	1.7	-0.3	1.5	-0.3	1.3	-0.3	1.1	-0.3	0.9	-0.3	0.7	-0.3	0.5	-0.3	0.3	-0.3	0.1	-0.3	-0.1	-0.3	-0.3	-0.3	

Em resumo, em ambos os casos, na análise teórica do jogo o lucro é maximizado através da implantação de 13 canais em um ambiente competitivo. Já no caso da concessão do monopólio são necessários 8 canais. A maximização em ambientes competitivos é fraca no sentido de que ele assume que todos os outros jogadores têm objetivos estritamente maximizadores. Maximização do lucro de forma restrita por ambos os jogadores (operadoras) levará a um jogo cíclico e instável no primeiro caso (no qual os usuários buscam a minimização da probabilidade de bloqueio) e para um equilíbrio fraco no segundo caso (comportamento do usuário impaciente).

#### 4. Conclusões

Sugerimos uma nova abordagem para a dimensão de uma rede com o objetivo de atender estratégias de negócios específicas, sem se comprometer com qualquer limite sobre a probabilidade de bloqueio.

Propusemos um modelo markoviano para determinar a probabilidade de bloqueio das requisições em um enlace único operado por duas operadoras (fornecedores de canal). Com o apoio deste modelo, investigamos a divisão do tráfego em equilíbrio entre as duas operadoras quando os usuários procuram o melhor seu serviço através de duas estratégias distintas.

Focamos no dimensionamento de redes para maximização do lucro em situações de duopólio e monopólio concedido. Nos monopólios concedidos, a maximização do lucro é forte e não gera uma grave deterioração do desempenho da probabilidade de bloqueio. Em situações de duopólio e outros ambientes competitivos, a maximização do lucro é fraca no sentido que esta assume que os outros jogadores são maximizadores de lucro a curto prazo, sendo realizado sob a forma de um monopólio, vulnerável a competição. Para um tráfego de 5 *Erlang* e custo de implantação de canal igual a 20% da receita do canal ativo, a maximização de lucro requer 8 canais em monopólios concedidos e para o mesmo custo de implantação do canal são necessários 13 canais no caso de duopólios e outros ambientes competitivos.

#### Referências

- Barry, R. and Humblet, P. (1993). Wavelength routing for all-optical networks. *Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA*.
- Barry, R. and Humblet, P. (1996). Models of blocking probability in all-optical networks with and without wavelength changers. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 14(5):858–867.
- Birman, A. (1996). Computing approximate blocking probabilities for a class of all-optical networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 14:852–857.
- Gross, D. (2008). *Fundamentals of queueing theory*. Wiley India Pvt. Ltd.
- Kumar, A., Manjunath, D., and Kuri, J. (2004). *Communication networking: an analytical approach*. Morgan Kaufmann.
- M. Listanti, M. B. and Sabella, R. (Nov. 1997). Optical path strategies in wdm all-optical networks: Minimization of wavelength converters in optical cross-connect. *IEEE GLOBECOM 97*, -:16.7.
- Nayak, T. and Sivarajan, K. (2002). A new approach to dimensioning optical networks. *IEEE Journal on selected areas in communications*, 20(1):134–148.
- Nayak, T. and Sivarajan, K. (2003). Dimensioning optical networks under traffic growth models. *IEEE/ACM Transactions on Networking (TON)*, 11(6):935–947.
- Ramaswami, R. and Sivarajan, K. (2002). *Optical networks: a practical perspective*. Morgan Kaufmann.
- Watson, J. (2002). *Strategy: an introduction to game theory*. WW Norton.