

Análise do retardo fim-a-fim em redes de servidores Generalized Processor Sharing com tráfego auto-similar*

Nelson L. S. da Fonseca[†], Flávio de M. Pereira[‡], Dalton S. Arantes[‡]

[†]Instituto de Computação
Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 6176
13084-971 Campinas/SP – Brasil
nfonseca@ic.unicamp.br

[‡]Faculdade de Eng. Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 6101
13083-970 Campinas/SP – Brasil
{pereira,dalton}@decom.fee.unicamp.br

Resumo

Em redes que provêm garantia de Qualidade de Serviço, a implementação do controle de admissão depende da obtenção de expressões que relacionem os parâmetros da rede ao tráfego gerado pelos usuários, o que, por sua vez, depende da disciplina de serviço adotada em cada um dos nós da rede. Neste artigo, apresenta-se uma técnica para o cálculo do retardo fim-a-fim em redes cujos nós utilizem a disciplina de serviço *Generalized Processor Sharing* (GPS) e estejam sujeitos a tráfego auto-similar. Assume-se que o tráfego é policiado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal, que é um mecanismo de policiamento adequado a este tipo de tráfego.

Abstract

Expressions used in the admission control for QoS-oriented networks relate traffic parameters and the performance metrics. These expressions depend on the scheduling disciplines adopted at each node of the network. This article introduces the computation of end-to-end delay bounds for networks of Generalized Processor Sharing (GPS) servers that operate under self-similar traffic. The traffic is supposed to be regulated by the Fractal Leaky Bucket policing mechanism, which is an appropriate regulator for self-similar traffic.

*Este projeto é parcialmente suportado pela FAPESP (Processo 00/00069-0), CNPq (Processo 300064/95-0) e Ericsson Research (Contrato UNI-35/19-2000)

1 Introdução

Para que seja possível atender aos diversos requisitos de Qualidade de Serviço (QoS) das aplicações multimídia, as redes devem ser dotadas de mecanismos de controle de tráfego apropriados. Dentre estes mecanismos, pode-se destacar o escalonamento, que controla a ordem segundo a qual os pacotes são transmitidos. A análise de desempenho das disciplinas de escalonamento é, portanto, de fundamental importância para o fornecimento de garantias de QoS em redes multimídia.

A disciplina *Generalized Processor Sharing* (GPS) é uma disciplina de escalonamento baseada na aproximação do fluxo de pacotes por modelos fluidos. Por definição, um servidor GPS atende a cada sessão a uma taxa proporcional a um fator de ponderação ϕ , real e positivo. O compartilhamento do servidor por N sessões é caracterizado pelo conjunto $\{\phi_i\}_{1 \leq i \leq N}$, denominado parametrização GPS. Em um determinado instante τ , a taxa de serviço fornecida a uma sessão i com tráfego em espera (*backlog*) é dada por $\frac{\phi_i}{\sum_{j \in B(\tau)} \phi_j} r$, sendo r a capacidade do servidor, e $B(\tau)$ o conjunto dos índices das sessões que apresentam tráfego em espera no instante τ . Desta forma, pode-se demonstrar que o servidor garante a esta sessão i uma taxa de serviço mínima dada por:

$$g_i = \frac{\phi_i}{\sum_{j=1}^N \phi_j} r, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

O GPS é uma disciplina ideal. Aproximações pacote-a-pacote do GPS têm sido implementadas em comutadores comerciais. Diversos estudos apontam que o GPS é capaz de suportar o fornecimento de garantias de desempenho aos usuários [6, 7, 11]. No entanto, sua análise exata é bastante difícil, visto que o serviço destinado pelo servidor GPS a cada sessão não depende exclusivamente do seu tráfego, e a sua relação com o tráfego das demais sessões não é, do ponto de vista matemático, trivial.

Para contornar esta dificuldade, a caracterização exata das métricas de desempenho é preterida em favor de expressões limitantes. Neste sentido, destacam-se os estudos de Parekh e Gallager [6, 7], que obtiveram limitantes determinísticos para o *backlog* e para o atraso correspondente a cada sessão tanto em um servidor GPS isolado como em uma rede de servidores GPS, assumindo que o policiamento das sessões é realizado pelo algoritmo do Balde Furado.

Desde a publicação dos resultados de Parekh e Gallager, a análise de desempenho da disciplina GPS tem sido assunto de intensa pesquisa. No entanto, a maioria dos trabalhos não leva em consideração a natureza auto-similar do tráfego em redes. Desde a constatação da auto-similaridade do tráfego, diversos estudos têm sido conduzidos visando a determinar o impacto deste padrão de tráfego nos mecanismos de controle de tráfego. Em particular, a ineficácia do algoritmo do Balde Furado no policiamento do tráfego auto-similar é apontada por Fonseca, Mayor e Viana Neto [3].

Modelos de tráfego auto-similar têm sido propostos na literatura, dentre os quais destaca-se o processo envelope do movimento Browniano fracionário [4]. Este processo é definido como:

$$\hat{A}(t) = \rho t + k\sigma t^H \quad (2)$$

onde o parâmetro k determina a probabilidade de que o processo que descreve o tráfego, dado por $\mathbf{A}(t)$, viole o envelope $\hat{A}(t)$ no instante t , i.e. $\mathbb{P} \left\{ \mathbf{A}(t) > \hat{A}(t) \right\} = \overline{\mathbb{G}}(k)$. Se o processo

$\mathbf{A}(t)$ for tráfego Browniano fracionário [5], a função $\overline{\mathbb{G}}(\cdot)$ corresponde à distribuição gaussiana residual. Neste caso, para valores suficientemente elevados de k , esta distribuição pode ser aproximada como $\overline{\mathbb{G}}(k) \simeq \exp\left(-\frac{k^2}{2}\right)$.

Algumas peculiaridades do processo envelope do movimento Browniano fracionário são apresentadas em [3], onde foi comprovada a sua capacidade de representar tráfego de vídeo, LAN e WAN. Dentre suas vantagens, pode-se destacar que o processo envelope $\widehat{A}(t)$ mantém o caráter parcimonioso dos modelos baseados em processos estocásticos auto-similares, mas com uma complexidade matemática muito menor. Além disso, ele constitui a base de um mecanismo de policiamento de tráfego denominado algoritmo do Balde Furado Fractal, de comprovada eficácia no tratamento de tráfego auto-similar [3]. Este algoritmo restringe o tráfego de uma sessão i ao seguinte envelope determinístico:

$$\widehat{A}_{i(bff)}(t) = \bar{\rho}_i t + \bar{\psi}_i t^{\bar{H}_i} \quad (3)$$

onde $\bar{\rho}_i$ e \bar{H}_i correspondem, respectivamente, à taxa média e ao parâmetro de auto-similaridade declarados pela sessão. O parâmetro $\bar{\psi}_i$ é equivalente ao produto $k_i \sigma_i$ no modelo (2). Supondo que o tráfego da sessão i é representado pelo tráfego Browniano fracionário $\mathbf{A}_i(t)$, a probabilidade de descarte de tráfego pelo algoritmo do Balde Furado Fractal é dada por $\mathbb{P}\left\{\mathbf{A}_i(t) > \widehat{A}_i(t)\right\} = \overline{\mathbb{G}}(k_i)$. Note que a escolha de valores adequados para k_i permite obter baixas probabilidades de descarte.

Uma técnica de análise de servidores GPS sob tráfego auto-similar foi apresentada por Pereira, Fonseca e Arantes [8], considerando que o tráfego das sessões é policiado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal. No presente artigo, o desempenho de redes de servidores GPS é analisado, sendo estabelecidas as condições para estabilidade da rede e caracterizado o atraso fim-a-fim introduzido no fluxo de cada sessão.

Cabe ressaltar a relevância da contribuição do presente trabalho, visto que a análise de desempenho do GPS sob tráfego auto-similar é bastante recente, e poucos resultados estão disponíveis na literatura. Em particular no caso de redes de servidores GPS, pode-se destacar o trabalho de van Uiter e Borst [10] que, baseando-se em estudos anteriores de Borst, Boxma e Jelenković [1, 2], analisaram o comportamento de redes *feed-forward* de servidores GPS sob tráfego *on/off* com cauda longa. Van Uiter e Borst provaram que, sob determinadas condições, o desempenho desta rede é equivalente ao de uma rede *tandem* composta por dois nós, na qual cada sessão é servida a uma taxa constante, cuja dependência em relação ao tráfego das demais sessões é função apenas das suas respectivas taxas médias.

O restante deste artigo tem a seguinte organização. Na Seção 2, o método para análise de um servidor GPS isolado é descrito. Na Seção 3, é apresentada uma técnica de análise para redes de servidores GPS sob tráfego auto-similar, sendo desenvolvido um algoritmo capaz de determinar limitantes para o atraso fim-a-fim e para o *backlog* para cada uma das sessões da rede. Um exemplo numérico da aplicação deste algoritmo é apresentado na Seção 4, e as conclusões deste artigo são apontadas na Seção 5.

2 Análise de desempenho da disciplina GPS

Nesta seção, é apresentado um método para a análise de um servidor GPS isolado [8]. Este método é baseado na definição de uma função determinística e linear por partes, que representa

um limitante inferior para o serviço oferecido pelo GPS a uma dada sessão [6]. Assume-se que a seguinte condição é válida:

Condição 2.1. O tráfego de cada sessão é policiado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal sendo, portanto, representado pelo envelope determinístico dado por (3).

Além disso, considera-se, sem perda de generalidade, que o servidor GPS tem capacidade unitária ($r = 1$). A seguinte notação é utilizada ao longo desta seção [6]. Para cada sessão i , o volume de tráfego que entra no servidor no intervalo $[\tau; t]$ é dado por $A_i(\tau; t)$. O volume de tráfego da sessão i atendido pelo servidor durante o intervalo $[\tau; t]$ é dado por $S_i(\tau; t)$. De modo a simplificar a notação, o termo τ é omitido sempre que for igual a zero. O volume de tráfego da sessão i em espera por serviço (*backlog*) no instante t é dado por $Q_i(t) = \sup_{\tau \leq t} \{A_i(\tau; t) - S_i(\tau; t)\}$. Por definição, $Q_i(t) = 0, \forall t \leq 0$. O atraso introduzido no tráfego da sessão i que chega ao servidor no instante t é dado por $D_i(t) = \sup_{\tau \leq t} \{d(t) : A_i(t) - S_i(t + d(t)) = 0\}$. Desta forma, os limitantes para o *backlog* e o atraso são definidos como:

$$Q_i^* = \max_t \{A_i(t) - S_i(t)\} \quad (4)$$

$$D_i^* = \arg \max_{d(t)} \{d(t) : A_i(t) - S_i(t + d(t)) = 0\} \quad (5)$$

Supondo que todas as sessões são policiadas pelo algoritmo do Balde Furado, Parekh e Gallager provaram que limitantes para os valores máximos de $Q_i(t)$ e $D_i(t)$ podem ser obtidos considerando que todas as sessões que compartilham o servidor são exatamente conformes desde o instante zero [6, Theorem 3]. Uma sessão é considerada exatamente conforme desde o instante τ se o seu tráfego acumulado é dado, a partir deste instante, exatamente pelo envelope do mecanismo de policiamento.

Este resultado pode ser estendido para o caso do tráfego policiado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal [9]:

Teorema 2.2. *Se todas as sessões que compartilham o servidor são reguladas pelo algoritmo do Balde Furado Fractal, os valores de Q_i^* e D_i^* são obtidos assumindo que todas as sessões são exatamente conformes desde o instante zero.*

Neste caso, a sessão i sempre apresenta tráfego em espera em $t < e_i$. No instante $t = e_i$, todo o seu tráfego em espera é completamente servido, e a fila correspondente àquela sessão permanece vazia para $t > e_i$. O intervalo $[0; e_i]$ é, portanto, denominado máximo ciclo ativo da sessão i ou, no contexto desta análise, simplesmente o seu ciclo ativo.

Desta forma, a curva $\widehat{S}_i(t)$, que representa o limitante inferior para o serviço oferecido pelo GPS à sessão i , é construída por meio da justaposição de segmentos lineares de inclinação s_j^i definidos da seguinte maneira. Suponha que as sessões estejam ordenadas em função do instante em que o seu tráfego em espera é completamente consumido pelo servidor. Assim, durante o j -ésimo segmento, todas as sessões $i, i < j$ não se encontram mais ativas, enquanto as sessões $i, i \geq j$ ainda estão no seu ciclo ativo. O serviço oferecido a uma sessão i qualquer neste segmento, i.e., no intervalo $[e_{j-1}; e_j]$ é dado por:

$$S_i(t) = \begin{cases} \widehat{A}_i(t) & , i < j \\ \frac{\phi_i}{\sum_{l \geq j} \phi_l} \left[t - e_{j-1} - \sum_{l < j} \widehat{A}_l(e_{j-1}; t) \right] + S_i(e_{j-1}) & , i \geq j \end{cases} \quad (6)$$

O valor de e_j pode ser obtido considerando que $Q_j(e_j) = \widehat{A}_j(e_j) - S_j(e_j) = 0$. A curva $\widehat{S}_i(t)$ é construída a partir dos segmentos cuja inclinação e duração são dadas por:

$$s_j^i = \left. \frac{dS_i(t)}{dt} \right|_{t=e_{j-1}+} \quad (7)$$

$$d_j^i = e_j - e_{j-1} \quad (8)$$

A Figura 1 mostra como estes segmentos são justapostos para construir a função $\widehat{S}_i(t)$, que corresponde a um limitante inferior e linear por partes para a curva de serviço $S_i(t)$.

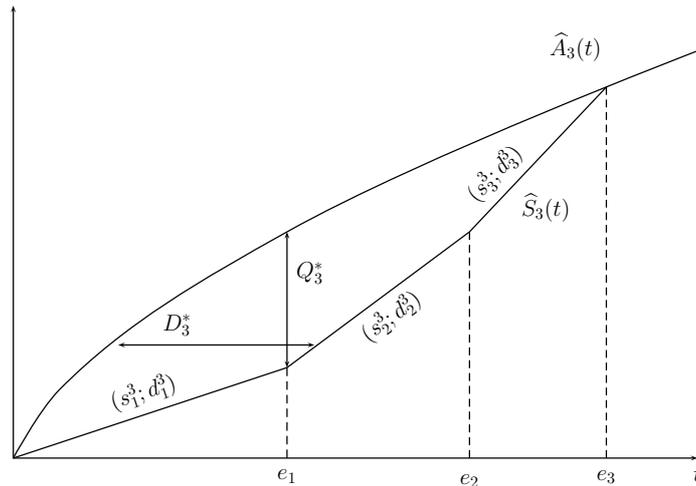


Figura 1: Construção da função $\widehat{S}_i(t)$ e definição de Q_i^* e D_i^* para $i = 3$.

A Figura 1 também mostra como os limitantes para Q_i^* e D_i^* são obtidos. Em particular, a obtenção de D_i^* requer a função inversa correspondente a $\widehat{A}_i(t)$, que não pode ser representada analiticamente. Neste caso, adota-se a seguinte aproximação [11]:

$$D_i^* \leq \frac{Q_i^*}{g_i} \quad (9)$$

A condição para existência e unicidade dos limitantes para Q_i^* e D_i^* é apresentada por Pereira et al. [9].

3 Análise de desempenho de redes de servidores GPS

Nesta seção, apresenta-se uma técnica de análise de desempenho para uma rede de servidores GPS com topologia arbitrária. Adota-se a seguinte notação [7]: cada comutador é composto de um servidor GPS de capacidade r^m (onde m representa o m -ésimo servidor), e um conjunto de filas independentes, uma atribuída a cada sessão atendida por este servidor. Seja N o número de sessões que chegam à rede e n_m o número de sessões servidas pelo m -ésimo servidor. O caminho utilizado pela sessão i é simbolizado por $P(i)$, e K_i é o número total de nós neste caminho.

Para cada sessão i , a quantidade de tráfego que entra na rede durante o intervalo $[\tau; t]$ é dado por $A_i(\tau; t)$. A quantidade de tráfego da sessão i servido pelo k -ésimo nó em $P(i)$ durante o intervalo $[\tau; t]$ é representado por $S_i^{(k)}(\tau; t)$, $k = 1, \dots, K_i$. De modo a simplificar a notação, τ será omitido sempre que for igual a zero.

O conjunto de sessões atendidas pelo servidor m é representado por $I(m)$. Para toda sessão $i \in I(m)$, $A_i^m(\tau; t)$ representa a quantidade de tráfego da sessão i que chega ao servidor m durante o intervalo $[\tau; t]$, e $S_i^m(\tau; t)$ é a quantidade que o deixa no mesmo intervalo.

Além da Condição 2.1 estabelecida na seção anterior, assume-se que :

Condição 3.1. Para toda sessão i , o tráfego é restrito ao caminho $P(i)$ previamente estabelecido;

Condição 3.2. O atraso de propagação nos enlaces da rede é desprezível, de modo que o *backlog* e o atraso introduzido no fluxo das sessões são devidos apenas à operação dos servidores GPS.

Para que seja possível analisar uma rede de servidores GPS, também é necessário caracterizar $A_i^m(t)$ para cada servidor $m \in P(i)$. Em [9], foi mostrado que $S_i^m(t)$ pode ser representado pelo processo envelope associado à $A_i^m(t)$, i.e. $S_i^m(t) \sim \hat{A}_i^m(t)$. Se este resultado for aplicado de modo recursivo a todos os nós ao longo do caminho $P(i)$, o seguinte lema pode ser estabelecido:

Lema 3.3. Se o processo envelope $\hat{A}_i(t)$, dado por (2), representa matematicamente o tráfego da sessão i que entra na rede, então ele também representa o tráfego da sessão i que entra no nó m para $\forall m \in P(i)$, i.e. $A_i^m(t) \sim \hat{A}_i(t)$.

Finalmente, é necessário definir o *backlog* e o atraso fim-a-fim correspondentes a cada sessão em uma rede de servidores GPS. Sendo $Q_i^m(t) = A_i^m(t) - S_i^m(t)$, o *backlog* total da sessão i é dado por $Q_i(t) = \sum_{m \in P(i)} Q_i^m(t)$. O atraso introduzido no tráfego da sessão i que entra na rede no instante t é dado por $D_i(t) = \{d(t) : A_i(t) - S_i^{(K_i)}(t + d(t)) = 0\}$. Desta forma, os respectivos limitantes são definidos como:

$$Q_i^* = \max_t \sum_{m \in P(i)} [A_i^m(t) - S_i^m(t)] \quad (10)$$

$$D_i^* = \arg \max_{d(t)} \left\{ d(t) : A_i(t) - S_i^{(K_i)}(t + d(t)) = 0 \right\} \quad (11)$$

3.1 Estabilidade de redes de servidores GPS sob tráfego auto-similar

Como no caso de um servidor GPS isolado, os problemas de otimização representados por (10) e (11) são de difícil solução para uma rede de servidores GPS com topologia arbitrária, visto que o serviço oferecido a cada sessão i não depende somente dos seus parâmetros de tráfego, mas também do tráfego das demais sessões que são atendidas pelos servidores ao longo do caminho $P(i)$. Em alguns casos, entretanto, é possível obter limitantes conservadores de forma simples. Por definição, o servidor m , garante a cada sessão $i \in I(m)$ uma taxa de serviço mínima dada por $g_i^m = \frac{\phi_i^m}{\sum_{j \in I(m)} \phi_j^m} r^m$, onde ϕ_i^m é o fator de ponderação GPS associado à sessão i no servidor m . Desta forma, pode-se dizer que a taxa de serviço mínima garantida à sessão i , ao longo do caminho $P(i)$, é dada por $g_i = \min_{m \in P(i)} g_i^m$.

Em [7] foi mostrado que, se uma sessão i é regulada pelo algoritmo do Balde Furado e g_i é maior que a taxa média daquela sessão, limitantes para as soluções de (10) e (11) podem ser obtidos. As sessões para as quais estas condições são satisfeitas são denominadas sessões localmente estáveis, pois sua estabilidade não depende da estabilidade da rede. Resultados similares podem ser obtidos quando o tráfego das sessões é regulado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal [9]:

Teorema 3.4. *Para uma sessão i regulada pelo algoritmo do Balde Furado Fractal, e para a qual $g_i > \rho_i$:*

$$Q_i^* \leq (g_i - \rho_i)^{\frac{H_i}{H_i-1}} (k_i \sigma_i)^{\frac{1}{1-H_i}} H_i^{\frac{H_i}{1-H_i}} (1 - H_i) \quad (12)$$

sendo D_i^* calculado utilizando a relação (9).

Embora a estabilidade da rede possa ser assegurada sempre que todas as sessões forem localmente estáveis, maiores ganhos de multiplexação estatística podem ser obtidos quando parte das sessões não é localmente estável. Neste caso, a estabilidade pode, sob certas condições, ser garantida diante da conservação de trabalho da disciplina GPS.

Sabe-se que a presença de sessões que não sejam localmente estáveis pode provocar o surtimento de realimentações implícitas capazes de levar a rede à instabilidade, e que tal efeito é devido ao tratamento inconsistente das sessões dentro da rede [7]. Supondo todas as sessões reguladas pelo algoritmo do Balde Furado, Parekh e Gallager demonstraram que é possível estabelecer uma classe de parametrizações GPS para a qual o tratamento inconsistente das sessões não é verificado [7]:

Definição 3.5. O Tratamento de Sessões Relativamente Consistente (*Consistent Relative Session Treatment*, CRST) é uma parametrização GPS para a qual existe uma ordem entre as sessões tal que, para duas sessões i, j quaisquer, se a sessão i antecede a sessão j na ordem, então a sessão i não impede a sessão j em nenhum servidor da rede.

Em particular, uma sessão j é dita impeditiva para a sessão i no servidor m , se $\frac{\phi_i^m}{\phi_j^m} < \frac{\rho_i}{\rho_j}$. Sob parametrização CRST, é possível assegurar a estabilidade da rede e obter limitantes para o backlog e para o atraso fim-a-fim de todas as sessões. Este resultado pode ser generalizado para o caso do tráfego regulado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal. Considere o seguinte teorema [9]:

Teorema 3.6. *Suponha que as sessões i e j compartilhem um servidor m , e que a sessão j seja estável. Se esta sessão j não é impeditiva para a sessão i naquele servidor, então o tráfego da sessão j não pode levar a sessão i à instabilidade naquele servidor.*

A partir do Teorema 3.6, é possível concluir que somente as sessões que são impeditivas para a sessão i podem torná-la instável no servidor $m \in P(i)$. Fica claro, portanto, que a sessão i sofreria realimentação se uma sessão j fosse para ela impeditiva em um servidor m_1 e justamente o contrário se verificasse em um outro servidor m_2 . Neste caso, a quantidade de serviço oferecido à sessão i dependeria da quantidade de serviço oferecida à sessão j , que, por sua vez, dependeria do serviço oferecido à própria sessão i em outro servidor. Sob parametrização CRST, entretanto, este efeito pode ser completamente eliminado, o que torna possível estabelecer uma condição suficiente para garantir a estabilidade da rede.

Sendo a utilização do servidor m dada por $u^m = \frac{1}{r^m} \sum_{j \in I(m)} \rho_j$, o seguinte teorema pode ser estabelecido [9]:

Teorema 3.7. *Se $u^m < 1$ e se todas as sessões são reguladas pelo algoritmo do Balde Furado Fractal na entrada da rede, então todas as sessões que compartilham o servidor m são estáveis.*

Este teorema permite confirmar a validade dos seguintes resultados¹ para o caso do tráfego regulado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal:

Lema 3.8. *Se uma rede de servidores GPS opera sob parametrização CRST, uma sessão i será estável se $u^m < 1, \forall m \in P(i)$.*

Corolário 3.9. *Uma rede de servidores GPS que opere sob parametrização CRST será estável se $u^m < 1, \forall m$.*

3.2 Cálculo do backlog e do atraso fim-a-fim das sessões em uma rede de servidores GPS

Seja uma rede de servidores GPS-CRST estável, cujas sessões sejam reguladas pelo algoritmo do Balde Furado Fractal. Pelo Teorema 3.4, limitantes para o *backlog* e para o atraso fim-a-fim foram estabelecidos para as sessões denominadas localmente estáveis. No entanto, estes limitantes não levam em consideração a interação entre as sessões, tampouco são aplicáveis a sessões que não sejam localmente estáveis. Parekh e Gallager [7] apresentaram um algoritmo para o cálculo de limitantes para o *backlog* e o atraso fim-a-fim de cada uma das sessões em uma rede GPS-CRST estável. Embora este algoritmo tenha sido obtido considerando que todas as sessões são reguladas pelo algoritmo do Balde Furado, um algoritmo equivalente pode ser obtido para o caso do tráfego regulado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal.

Por simplicidade, apenas uma única sessão i será considerada. O caminho percorrido pelo tráfego desta sessão é $P(i) = \{1, 2, \dots, K\}$, e o processo envelope a ela associado é dado por $\hat{A}_i(t)$. Segundo o Lema 3.3, $A_i^m(t) \sim \hat{A}_i(t)$ para todo $m \in P(i)$. Além disso, assume-se que [7]:

Condição 3.10. Para $\forall m \in P(i)$, toda sessão $j \in I(m) - \{i\}$ é livre para gerar tráfego, desde que $A_j^m(t) \sim \hat{A}_j(t)$.

Condição 3.11. O tráfego da sessão i é restrito ao caminho $P(i)$.

Os valores de D_i^* e Q_i^* obtidos sob estas condições, que garantem a independência entre as sessões, são limitantes para as soluções exatas de (10) e (11). Parekh e Gallager [7] demonstraram que tais limitantes podem ser obtidos considerando que o tráfego segue um padrão

¹Estes resultados foram estabelecidos por Parekh e Gallager [7] para o caso do tráfego regulado pelo algoritmo do Balde Furado.

tal que as sessões se tornam exatamente conformes no servidor m de forma simultânea, mas somente depois que as sessões no servidor $m - 1$ tornam-se exatamente conformes. Adicionalmente, foi mostrado que os limitantes para D_i^* e Q_i^* podem ser obtidos sob padrões de chegadas diferentes [7, Fig. 4].

De modo a evitar complicações decorrentes da multiplicidade de padrões de tráfego para a obtenção dos limitantes, Parekh e Gallager [7] propõem o uso de uma única função, denominada Curva de Serviço Universal, a partir da qual limitantes para Q_i^* e D_i^* podem ser obtidos sob as Condições 3.10 e 3.11.

O mesmo raciocínio pode ser adotado quando todas as sessões são policiadas pelo algoritmo do Balde Furado Fractal, como será mostrado adiante. Neste caso, entretanto, somente os limitantes para Q_i^* são obtidos a partir da Curva de Serviço Universal. Devido à falta de representação analítica para a inversa de $\widehat{A}_i(t)$, os limitantes para D_i^* são obtidos por meio da relação (9).

A Curva de Serviço Universal

A Curva de Serviço Universal para a sessão i é obtida da seguinte forma [7]: seja \widehat{S}_i^m a curva de serviço correspondente à sessão i no servidor $m \in P(i)$. Segundo o Lema 3.3, esta curva é obtida por meio da análise proposta na Seção 2, considerando que $A_i^m(t) \sim \widehat{A}_i(t)$. Para cada servidor $m \in P(i)$, \widehat{S}_i^m é uma função contínua, linear por partes e côncava no intervalo $[0; e_i^m]$, sendo e_i^m a duração do ciclo ativo da sessão i naquele servidor. Sendo a inclinação e a duração do j -ésimo segmento de \widehat{S}_i^m representadas, respectivamente, por $s_j^{i,m}$ e $d_j^{i,m}$, um conjunto E_i^m pode ser definido como:

$$E_i^m = \left\{ (s_1^{i,m}; d_1^{i,m}) \ (s_2^{i,m}; d_2^{i,m}) \ \dots \ (s_{n_{i,m}}^{i,m}; d_{n_{i,m}}^{i,m}) \right\}$$

onde $n_{i,m}$ corresponde ao número de segmentos dentro do intervalo $[0; e_i^m]$. Seja E_i o conjunto união dos conjuntos E_i^m para todo $m \in P(i)$:

$$E_i = \bigcup_{m \in P(i)} \bigcup_{j=1}^{n_m} \{(s_j^{i,m}; d_j^{i,m})\} \quad (13)$$

Sendo $G_i(t)$ a curva linear por partes obtida por meio da justaposição dos elementos de E_i em ordem crescente de inclinação, a Curva de Serviço Universal é definida como:

$$U_i(t) = \min \left\{ G_i(t); \widehat{A}_i(t) \right\}$$

A Figura 2 ilustra a construção de $U_i(t)$ para o caso do tráfego policiado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal. É possível verificar que a curva $G_i(t)$ intercepta $\widehat{A}_i(t)$ sempre que a rede for estável. De fato, Parekh e Gallager [7] provaram que $G_i(t)$ intercepta $\widehat{A}_i(t)$ em $t \leq \sum_{m \in P(i)} e_i^m$, se as sessões forem reguladas pelo algoritmo do Balde Furado. A prova estabelecida por estes autores é válida também para o caso de sessões reguladas pelo algoritmo do Balde Furado Fractal e, por conseqüência, no mínimo uma solução para Q_i^* (e para D_i^*) pode ser obtida:

Lema 3.12. Para toda sessão i ,

$$Q_i^* \leq \max_{t \geq 0} \left\{ \hat{A}_i(t) - U_i(t) \right\} \quad (14)$$

e o valor de D_i^* pode ser obtido utilizando a aproximação dada por (9).

Dado que $U_i(t) = \min \left\{ G_i(t); \hat{A}_i(t) \right\}$, a relação (14) pode ser reescrita como $Q_i^* \leq \max_{t \geq 0} \left\{ \hat{A}_i(t) - G_i(t) \right\}$. Esta desigualdade é válida para sessões reguladas pelo algoritmo do Balde Furado [7, Theorem 3]. A prova correspondente pode ser utilizada para demonstrar sua validade também para sessões reguladas pelo algoritmo Balde Furado Fractal.

É possível ainda assegurar a unicidade de Q_i^* (e D_i^*) [9] :

Teorema 3.13. Se o problema de otimização representado pela relação (14) tem solução, então esta solução é única.

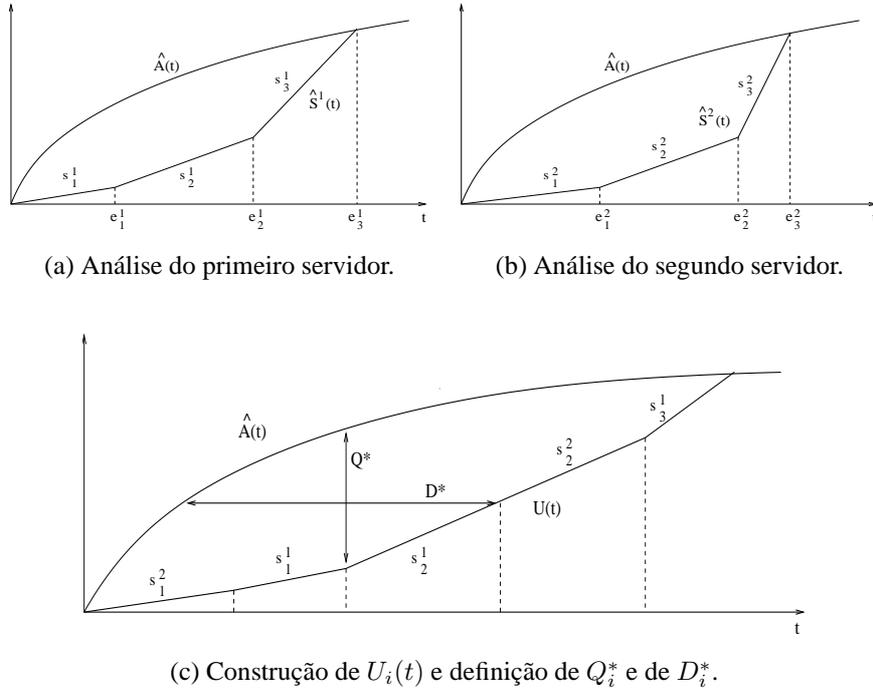


Figura 2: Exemplo de construção da curva $U_i(t)$, supondo $P(i)$ composto por dois servidores.

Algoritmo para cálculo de Q_i^* e D_i^*

A análise da curva de serviço universal permite elaborar um algoritmo para a obtenção de limitantes para o backlog e para o atraso fim-a-fim em uma rede de servidores GPS-CRST. Este algoritmo (Algoritmo 1) é capaz de obter limitantes para todas as sessões em uma rede GPS-CRST estável, o que constitui uma vantagem em relação a uma outra abordagem proposta por Zhang et al. [11], que assume que todas as sessões são localmente estáveis.

O algoritmo proposto é dividido em duas etapas, e opera da seguinte maneira: primeiro, todas as inclinações $s_j^{i,m}$ e durações $d_j^{i,m}$ são calculadas para todos os servidores m e para todas

as sessões $i \in I(m)$. Para cada servidor m , o cálculo das inclinações é realizado de modo similar ao caso de um servidor isolado.

Na segunda etapa, são calculados os limitantes para o *backlog* e para o atraso fim-a-fim de cada uma das sessões na rede. Para cada sessão i , um conjunto E_i é definido de acordo com (13). Os segmentos são tomados deste conjunto em ordem crescente de inclinação e, para cada segmento, o máximo *backlog* é identificado. Se ele é atingido dentro do segmento, então Q_i^* e D_i^* são calculados e o procedimento é repetido para outra sessão. O algoritmo termina quando Q_i^* e D_i^* forem determinados para todas as sessões na rede.

4 Exemplo numérico

Nesta seção, apresenta-se um exemplo numérico do cálculo do atraso fim-a-fim por meio da análise descrita na Seção 3. Neste exemplo, o limitante para o atraso fim-a-fim obtido pelo algoritmo é comparado com o atraso obtido via simulação, e a validade do limitante é confirmada.

A Figura 3 apresenta uma rede *tandem* composta por quatro nós servidores. Três sessões (Sessões 1, 2 e 3) entram na rede no Servidor 1, passam através dos Servidores 2 e 3, e deixam a rede após o Servidor 4. No Servidor 2, duas outras sessões (Sessões 4 e 5) entram na rede. A Sessão 4 deixa a rede após o Servidor 3, e a Sessão 5 a deixa após o Servidor 2. No Servidor 3, a Sessão 6 entra na rede, e a deixa após este mesmo servidor. Os parâmetros de tráfego e os fatores de ponderação GPS para todas as sessões são mostrados na Tabela 1.

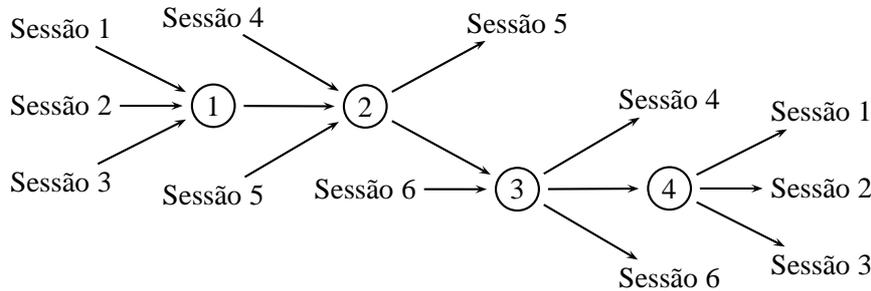


Figura 3: Rede utilizada no exemplo.

Sessão	ρ_i	σ_i	k_i	H_i	ϕ_i
1	0,20	0,15	5,25	0,85	0,20
2	0,40	0,30	5,25	0,75	0,40
3	0,30	0,20	5,25	0,70	0,30
4	0,35	0,20	5,25	0,80	0,35
5	0,15	0,10	5,25	0,75	0,15
6	0,20	0,15	5,25	0,65	0,20

Tabela 1: Parâmetros utilizados no exemplo.

A Figura 4 mostra o atraso fim-a-fim para as Sessões 1, 2 e 3 em função da utilização dos enlaces da rede. Os resultados de simulação foram obtidos utilizando o pacote Matlab/Simulink, no qual foi implementada a rede GPS alimentada por séries temporais artificiais com 10^6 amostras e exatamente conformes desde o instante zero. Pode-se verificar que os limitantes obtidos

Algoritmo 1 Algoritmo para o cálculo de Q_i^* e D_i^* utilizando a Curva de Serviço Universal.

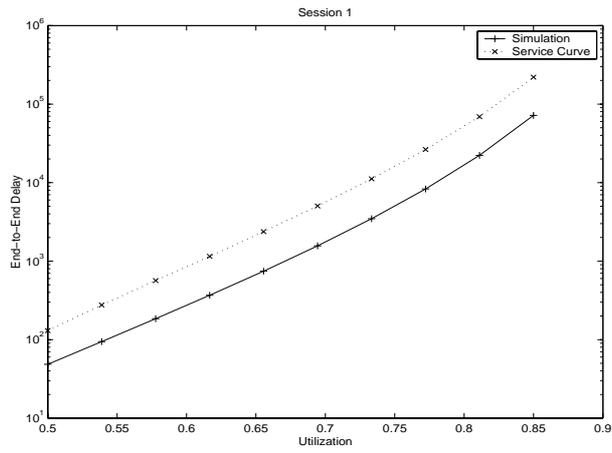
```
for all servidor  $m$  do
   $e_0^m \leftarrow 0$ ;
  for  $\forall i \in I(m)$ ,  $\gamma_i^m \leftarrow 0$ ;
   $j \leftarrow 1$ ;
   $\mathbf{V} \leftarrow$ Conjunto das sessões em  $m$ ;
  {Calcule  $s_j^{i,m}$  para toda sessão  $i \in I(m)$ .}
  loop
    for  $\forall i \notin \mathbf{V}$ ,  $s_j^{i,m} \leftarrow \rho_i + H_i \psi_i e_{j-1}^{H_i-1}$ ;
    for  $\forall i \in \mathbf{V}$ ,  $s_j^{i,m} \leftarrow \frac{\phi_i^m}{\sum_{k \in \mathbf{V}} \phi_k^m} \left( r^m - \sum_{k \notin \mathbf{V}} s_k^{i,m} \right)$ ;
     $\mathbf{C} \leftarrow \left\{ i \in \mathbf{V} \mid s_j^{i,m} > \rho_i \right\}$ 
    if  $\mathbf{C} = \emptyset$  then
      break;
    end if
    {Determine qual sessão termina seu ciclo ativo primeiro.}
    for  $\forall i \in \mathbf{C}$  do
      Encontre  $t_i$  tal que  $(\rho_i - s_i^{i,m}) t_i + s_j^{i,m} e_{j-1}^m - \gamma_i^m + \psi_i t_i^{H_i} = 0$ ;
    end for
     $e_j^m \leftarrow \min_i t_i$ ;
    for  $\forall i \in \mathbf{C}$  do
       $d_j^{i,m} \leftarrow e_j^m - e_{j-1}^m$ ;
       $\gamma_i^m \leftarrow \gamma_i^m + s_j^{i,m} d_j^{i,m}$ ;
    end for
     $\mathbf{V} \leftarrow \mathbf{V} - \{ \arg \min_i t_i \}$ ;
     $j \leftarrow j + 1$ ;
  end loop
end for
{Determina limitantes para  $Q_i^*$  e  $D_i^*$  para toda }
{sessão  $i$  na rede.}
for all sessão  $i$  do
   $E_i = \bigcup_{m \in P(i)} \bigcup_j \left\{ \left( s_j^{i,m}; d_j^{i,m} \right) \right\}$ 
   $\gamma_i \leftarrow 0$ ;  $\tau \leftarrow 0$ ;
  loop
     $j \leftarrow$ Elemento cuja inclinação é a menor em  $E_i$ ;
     $(s_j; d_j) \leftarrow$ Inclinação e duração do elemento  $j$ ;
    Remove o elemento  $j$  de  $E_i$ ;
     $t^* \leftarrow \left( \frac{s_j - \rho_i}{\psi_i H_i} \right)^{\frac{1}{H_i-1}}$ 
     $t^* \leftarrow \max(\tau, t^*)$ ;
    if  $t^* < \tau + d_j$  then
       $Q_i^* \leftarrow (\rho_i - s_j) t^* - \gamma_i + s_j \tau + \psi_i t^{*H_i}$ ;
       $D_i^* \leftarrow Q_i^* \left( \min_{m \in P(i)} \frac{\phi_i^m}{\sum_{k=1}^N \phi_k^m} \right)^{-1}$ ;
      break; {Executa para a próxima sessão.}
    else
       $\gamma_i \leftarrow \gamma_i + s_j d_j$ ;
       $\tau \leftarrow \tau + d_j$ ;
    end if
  end loop
end for
```

por meio da análise proposta são próximos dos valores obtidos na simulação. A diferença entre os limitantes obtidos por meio do algoritmo e os valores obtidos por simulação se deve ao fato da curva $U_i(t)$ não representar de modo exato o serviço fornecido a cada sessão, mas constituir apenas um limitante inferior desta grandeza. Além disso, a precisão deste limitante depende da precisão das curvas $\hat{S}_i(t)$ obtidas em cada nó ao longo de $P(i)$. Este fato permite explicar o motivo da maior precisão obtida para o limitante da Sessão 3 em relação, por exemplo, ao limitante da Sessão 1. Dados os parâmetros de tráfego e a parametrização GPS apresentadas na Tabela 1, a Sessão 3 sempre termina seu ciclo ativo antes da Sessão 1. Desta forma, a construção da curva $\hat{S}_i(t)$ em cada nó requer um número menor de segmentos no caso da Sessão 3, de modo que a aproximação da curva de serviço por $\hat{S}_i(t)$ é mais precisa. Este fato se reflete na precisão da curva $U_i(t)$ e, conseqüentemente, na precisão dos limitantes obtidos pelo algoritmo.

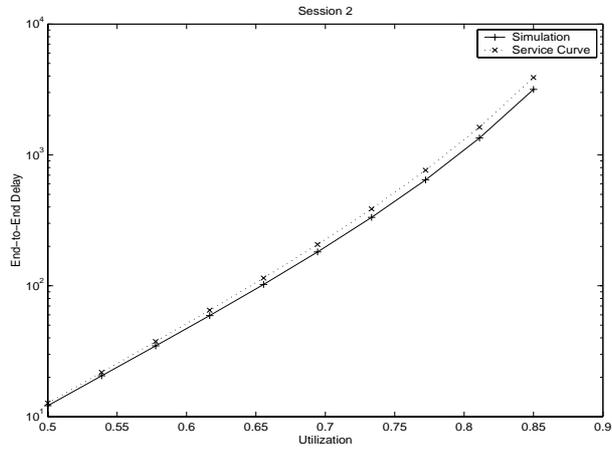
5 Conclusões

Parekh e Gallager [6, 7] demonstraram que a disciplina de serviço GPS é capaz de suportar a provisão de garantias de atraso quando o tráfego das sessões é policiado pelo algoritmo do Balde Furado. No entanto, tal algoritmo não é adequado ao policiamento de tráfego com dependências de longa duração [3, 4].

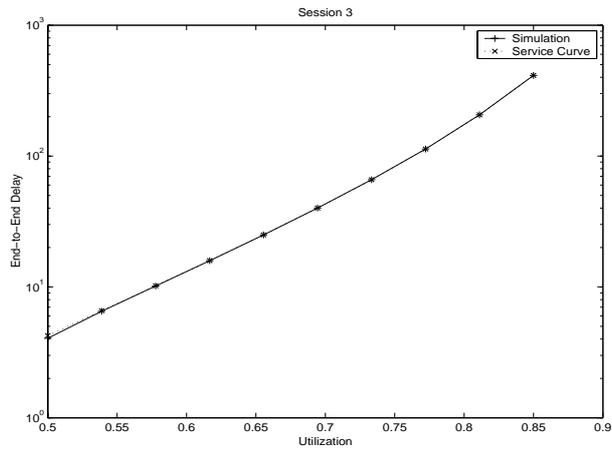
A principal contribuição do presente trabalho é, portanto, o desenvolvimento de uma técnica de análise para redes de servidores GPS com topologia arbitrária e sob tráfego auto-similar. Parekh e Gallager mostraram que, sendo o tráfego das sessões policiado pelo algoritmo do Balde Furado, condições suficientes para garantir estabilidade podem ser estabelecidas caso a parametrização dos servidores pertençam a uma classe denominada Tratamento de Sessões Relativamente Consistente (*Consistent Relative Session Treatment, CRST*). Resultados similares foram obtidos, neste trabalho, para o caso do tráfego policiado pelo algoritmo do Balde Furado Fractal. Além disso, foi apresentado um algoritmo para o cálculo de limitantes para o *backlog* e para o atraso fim-a-fim correspondente a cada uma das sessões em uma rede GPS-CRST estável. Ressalta-se a fundamental importância deste cálculo no contexto das redes que provêm garantia de QoS.



(a) Sessão 1



(b) Sessão 2



(c) Sessão 3

Figura 4: Limitantes do atraso fim-a-fim das sessões e os valores obtidos por simulação.

Referências

- [1] S. Borst, O. Boxma, e P. Jelenković. Asymptotic behavior of Generalized Processor Sharing with long-tailed traffic sources. In *Proc. IEEE/INFOCOM*, pp. 912–921, 2000.
- [2] S. Borst, O. Boxma, e P. Jelenković. Generalized Processor Sharing with long-tailed traffic sources. In P. Key e D. Smith, editores, *Telletraffic engineering in a competitive world, Proc. ITC-16*, pp. 345–354, 2000.
- [3] N. L. S. Fonseca, G. S. Mayor, e C. A. V. Neto. On the equivalent bandwidth of self-similar sources. *ACM Trans. on Modeling and Computer Simulation*, 10(2):104–124, Apr. 2000.
- [4] G. S. Mayor e J. A. Silvester. Time scale analysis of an ATM queueing system with long-range dependent traffic. In *Proc. IEEE/INFOCOM*, pp. 205–212, 1997.
- [5] I. Norros. On the use of fractional brownian motion in the theory of connectionless networks. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 13(6):953–962, Aug. 1995.
- [6] A. K. Parekh e R. G. Gallager. A Generalized Processor Sharing approach to flow control in integrated services networks: the single-node case. *IEEE/ACM Trans. Networking*, 1(3):344–357, June 1993.
- [7] A. K. Parekh e R. G. Gallager. A Generalized Processor Sharing approach to flow control in integrated services networks: the multiple-node case. *IEEE/ACM Trans. Networking*, 2(2):137–150, Apr. 1994.
- [8] F. M. Pereira, N. L. S. Fonseca, e D. S. Arantes. Caracterização do backlog e do atraso em servidores GPS sob tráfego auto-similar. In *Anais do XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, 2001.
- [9] F. M. Pereira, N. L. S. Fonseca, e D. S. Arantes. On the performance of Generalized Processor Sharing servers under self-similar traffic. Technical Report 11-01, Instituto de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 2001.
- [10] M. van Uitert e S. Borst. Generalised Processor Sharing networks fed by heavy tailed traffic flows. In *Proc. IEEE/INFOCOM*, 2001.
- [11] Z.-L. Zhang, D. Towsley, e J. Kurose. Statistical analysis of the Generalized Processor Sharing scheduling discipline. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 13(6):1071–1080, Aug. 1995.