

## Cálculo de Descritores de Tráfego em Modelos Markovianos de Fontes Multimídia <sup>1</sup>

Rosa M. L. R. Carmo                      Sidney C. de Lucena  
Edmundo de Souza e Silva

Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Coppe/Sistemas, NCE, Departamento de Computação  
Cx.P. 2324, Rio de Janeiro, RJ 20001-970

E-mail: {rosac, sidney@cos.ufrj.br, edmundo@nce.ufrj.br}

### Resumo

As redes multimídia devem suportar uma variedade de serviços com características de tráfego bem distintas. Para dimensionar os recursos desta rede, é preciso desenvolver modelos precisos de tráfego. Uma classe destes modelos são os modelos markovianos, que podem representar dependências na sequência de chegada. Vários descritores tem sido propostos na literatura para guiar o desenvolvimento de modelos. Entretanto, só existem expressões analíticas de alguns destes descritores apenas para modelos markovianos muito particulares. Neste artigo, obtemos expressões para vários descritores, para modelos markovianos gerais. Além do mais, apresentamos alguns exemplos para ilustrar os resultados obtidos para alguns modelos.

### Abstract

Multimedia networks must support a variety of services with distinct traffic characteristics. In order to tune properly the network resources, it is necessary to develop accurate models of the traffic submitted to the network. One class of models is the Markovian models that can represent dependencies between interarrival times. Several traffic descriptors have been proposed in the literature to guide the design process. However, analytical expressions for the descriptors only exist for very simple Markovian models. In this paper, we obtain expressions for several descriptors from general Markov models. Furthermore, we present a few examples that illustrate the results obtained for a few models.

---

<sup>1</sup> Este trabalho tem o suporte parcial do CNPq (ProTeM, auxílio integrado e Pronex).

## 1 Introdução

As redes multimídia são capazes de transportar diversos tipos de tráfego com requisitos de qualidade de serviço diferentes, e velocidades da ordem de centenas de megabits por segundo. Essas redes diferem bastante das redes especializadas desenvolvidas nas décadas passadas, como por exemplo as redes telefônicas e as redes de comutação de pacotes. Com a evolução dos novos serviços de comunicação, novos modelos tem sido desenvolvidos para prever o desempenho das redes, dando suporte ao seu projeto e gerenciamento. Decisões feitas em cima de previsões pouco precisas podem ter um efeito drástico na qualidade de serviço exigida pelo usuário.

Uma classe de modelos bastante importante no estudo de uma rede são os modelos de tráfego. Tais modelos são empregados como parte de um modelo de simulação ou de um modelo analítico que caracterizam as demandas aleatórias dos usuários por recursos da rede, e a alocação destes recursos às demandas. Por exemplo, eles são usados nos modelos para dimensionamento de *buffers*, e modelos de mecanismos de controle de admissão, de uso e de fluxo.

Modelos de tráfego em geral caracterizam a chegada de entidades discretas (e.g. pacotes, células). Tanto numa rede de comutação de pacotes quanto numa rede telefônica, o processo de Poisson tem sido amplamente usado como uma boa aproximação do tráfego de chegada de pacotes ou chamadas, respectivamente. Entretanto, para as redes multimídia, esse processo não é adequado devido a forte correlação existente entre o tempo de chegada de células, provenientes de voz ou de vídeo digitalizados.

Diversos modelos tem sido propostos para representar o tráfego multimídia [4, 12]. Por exemplo, o tráfego de voz apresenta como característica a alternância entre períodos onde são transmitidos pacotes e períodos de silêncio. A modelagem deste tráfego é simples e podemos encontrar vários modelos na literatura [12]. O tráfego de vídeo é mais difícil de ser caracterizado. Muitos esforços tem sido feitos para definição de modelos adequados a este tipo de tráfego. Um exemplo de uma classe de modelos para o tráfego de vídeo são os autoregressivos [7, 8, 10]. Nesses modelos a taxa da fonte de vídeo num instante  $t$  é uma variável aleatória que é uma função das taxas em instantes anteriores. Uma outra classe de modelos são os auto-similares [9]. O termo auto-similaridade significa que a característica estatística do tráfego é invariante com a escala de tempo, ou seja, as mesmas propriedades estatísticas são observadas quando a escala de tempo muda, por exemplo, de segundos para milissegundos. Quando amostras desse tráfego são agrupadas para diferentes escalas de tempo, verifica-se o mesmo padrão observado para o tráfego original. Esta característica de auto-similaridade pode ser observada tanto no tráfego de dados com rajadas quanto no tráfego de vídeo. Exemplos de processos estocásticos que se adequam a este tipo de tráfego são os processos ARIMA e *fractional Gaussian noise* [9].

Modelos markovianos também têm sido muito usados para caracterizar tráfego de voz e vídeo pois eles introduzem dependências na sequência randômica de chegada. Considere um processo de Markov de tempo contínuo  $\mathcal{X} = \{X(t) : t = 0, \dots, \infty\}$  e espaço de estados discreto. Em um dos possíveis modelos, cada transição de estados é interpretada como uma chegada, e portanto o tempo entre chegadas é exponencialmente distribuído com parâmetro que depende do estado de onde ocorreu a transição. Desta forma, podem ser modeladas dependências entre os intervalos de chegadas.

Um dos mais usados modelos markovianos é o chamado processo de Poisson modulado por Markov (*Markov modulated Poisson process* - MMPP). Neste caso, se o estado do sistema é  $i$ , então as chegadas ocorrem de acordo com um processo de Poisson com taxa  $\lambda_i$ . As transições entre os estados são dadas por uma cadeia de Markov de tempo contínuo. Além das dependências entre intervalos de chegada que podem ser modeladas, recentemente foi mostrado que um processo MMPP também pode produzir auto-similaridade numa escala finita de tempo [11].

Uma maneira de determinar os parâmetros de um modelo MMPP a partir de uma sequência real é quantizar a sequência de taxas dada, num número finito de taxas, cada uma dando origem a um estado na cadeia de Markov. As taxas de transição entre estados da cadeia podem ser obtidas a partir do dado empírico, calculando-se a fração de vezes que a cadeia transicionou de um determinado estado para outro. É preciso também verificar se é apropriado se ter um tempo exponencial de duração de cada taxa.

Outra maneira, consiste em fazer o casamento de descritores de tráfego de uma sequência real com as expressões analíticas dos descritores para o modelo. Dentre os descritores existentes podemos citar, a taxa média, a taxa de pico, o coeficiente de variação do tempo entre chegadas, etc.

Vários modelos do tipo MMPP existem na literatura. O modelo apresentado em [10] supõe que o tráfego gerado por uma fonte de vídeo é a soma do tráfego de várias minifontes *on-off* idênticas. A cadeia de Markov resultante é um processo de nascimento e morte onde cada estado representa o número de minifontes ativas. Os parâmetros da minifonte são determinados através do casamento de descritores de tráfego. Os descritores utilizados para determinar os parâmetros da minifonte são a média, a variância e a autocovariância para um intervalo, da taxa de chegada. A autocovariância do modelo se aproxima de uma função exponencial correspondendo a autocovariância obtida para a sequência real. Porém, neste caso, a função de distribuição de probabilidade da taxa da fonte é binomial o que nem sempre corresponde a distribuição da sequência real.

Em [13] o comportamento de uma fonte de vídeo é modelado através de um MMPP. Experimentos mostraram que oito estados são suficientes para representar uma fonte de vídeo com um dado algoritmo de compressão. As taxas do processo de Poisson são obtidas quantizando-se a sequência original, e as taxas de transição entre os estados da cadeia de Markov associada são obtidas diretamente da sequência real, como mencionado em parágrafo anterior. Foi mostrado que a distribuição em estado estacionário da cadeia e a função de autocovariância são bastante semelhantes às obtidas para a sequência real.

Como indicado acima, os descritores de tráfego caracterizam uma fonte. Porém, a obtenção de expressões analíticas de descritores para um modelo markoviano geral nem sempre é uma tarefa fácil, e na literatura só existem expressões para modelos markovianos muito particulares (e.g. MMPP com 2 estados).

O objetivo deste artigo é obter expressões analíticas para uma série de descritores de tráfego a partir de um modelo markoviano com recompensas semelhante (mas não idêntico) a um MMPP, auxiliando assim na criação de modelos de tráfego multimídia. A partir da definição de um modelo, diversos descritores podem ser calculados e a comparação com os descritores obtidos da sequência real permitirá que ajustes sejam

feitos nos parâmetros do modelo de forma a que a sequência de chegadas gerada por este se aproxime estatisticamente da sequência real.

O artigo está organizado da seguinte forma. Na segunda seção são apresentados os descritores de tráfego considerados neste trabalho. Na terceira seção obtemos expressões analíticas destes descritores. Exemplos são apresentados na quarta seção, e na quinta seção apresentamos nossas conclusões.

## 2 Caracterização de Tráfego Multimídia

Como mencionado na introdução, diversos tipos de tráfego são previstos para redes multimídia. O tráfego de voz apresenta características bem definidas, o que não é o caso para o tráfego de vídeo. Os requisitos do tráfego de vídeo em termos de capacidade de transmissão são bastante altos (da ordem de centenas de megabits por segundo), e portanto é comum o uso de algoritmos de compressão como forma de reduzir as taxas elevadas de tráfego.

As sequências geradas por um algoritmo de compressão apresentam algumas propriedades. Pode-se verificar pouca variação entre alguns quadros da sequência, o que significa a existência de uma forte correlação entre eles. Uma outra propriedade é o aumento significativo da taxa durante um curto intervalo de tempo e o retorno a valores mais baixos. Isto é atribuído a mudanças de cena que ocorrem em intervalos muito curtos.

Uma das etapas essenciais na modelagem de tráfego é a observação do seu comportamento estatístico. A partir do estudo de amostras do tráfego, alguns descritores estatísticos podem ser obtidos caracterizando dessa forma um determinado tipo de tráfego. Conhecendo-se os descritores, passa-se então a definição de modelos que apresentem comportamento estatístico semelhante ao do tráfego real.

Descritores como a taxa média e a variância não fornecem informações suficientes sobre mudanças bruscas na taxa de geração de dados de uma fonte de tráfego ocorridas em curtos intervalos de tempo. Essa é uma das características encontrada em tráfego de vídeo e dados em rajada. Portanto, se faz necessária a definição de descritores que permitam caracterizar essa propriedade. Neste caso descritores como a autocovariância e o índice de dispersão tem um papel fundamental.

A seguir apresentaremos a definição dos descritores utilizados para caracterizar o tráfego multimídia.

### Taxa média, Variância e Taxa de pico

A taxa de pico é a maior taxa que pode ser gerada por uma fonte de tráfego e a taxa média e variância são definidas como para qualquer variável aleatória.

### Burstiness

Rajadas (*bursts*) são variações bruscas na taxa de chegada de pacotes e levam ao

aumento da variância da taxa. *Burstiness* é uma medida que caracteriza rajadas em fonte e é definido como a razão entre a taxa de pico e a taxa média.

### Autocovariância ( $Cov(\tau)$ ) e Autocorrelação ( $Cor(\tau)$ )

A autocovariância indica a dependência linear entre duas variáveis aleatórias. Ao calcularmos a autocovariância para um determinado processo estocástico num instante  $t$  e num instante  $t + \tau$  estaremos medindo a dependência entre os valores desse processo para dois instantes de tempo distintos. No caso de tráfego multimídia foi verificado através de experimentos que a taxa em um determinado instante de tempo depende da taxa em instantes anteriores e portanto, é importante utilizar um descritor que caracterize essa dependência.

A autocovariância  $Cov(\tau)$  é definida para um processo estacionário como:

$$Cov(\tau) = E\{X(t)X(t + \tau)\} - \mu^2 \quad (1)$$

onde  $X(t)$  é a taxa da fonte de tráfego no instante  $t$  e  $\mu$  é a sua média.

A autocorrelação é simplesmente  $Cor(\tau) = E\{X(t)X(t + \tau)\}$ .

### Índice de Dispersão ( $IDC(t)$ )

O índice de dispersão caracteriza a variabilidade do número de pacotes ao longo do tempo. Este índice em um instante de tempo  $t$  é definido como [6, 14]:

$$IDC(t) = \frac{Var\{N(t)\}}{E\{N(t)\}},$$

onde  $N(t)$  é o número de chegadas de pacotes num intervalo de tamanho  $t$ .

Este índice foi definido de forma a que seja constante e igual a 1 para o processo de Poisson. Um IDC crescente ao longo do tempo significa que o tráfego apresenta a característica de rajadas.

### Descritores relativos ao período de rajada

O período de uma rajada pode afetar bastante a utilização de um determinado recurso de rede. Embora seja comum na literatura a definição de medidas relacionadas a duração média de uma rajada acreditamos que descritores que usam outras estatísticas diferentes da média, para caracterizar os períodos em que uma fonte emite uma rajada, são também importantes. Para as medidas abaixo supomos que é dada uma taxa limite acima da qual a fonte é dita estar enviando uma rajada.

#### 1. Distribuição da duração de uma rajada em um intervalo dado $DR(t)$

A duração de uma rajada é o tempo em que uma fonte de tráfego pode transmitir dados com uma taxa acima de uma dada taxa limite, a partir de um determinado estado que caracteriza uma rajada. Esta medida fornece a distribuição desta variável em um intervalo de tempo dado.

#### 2. Duração média da rajada em um intervalo dado $MR(t)$

É a média da duração das rajadas calculada para um intervalo  $(0, t)$ . O limite de  $MR(t)$  quando  $t \rightarrow \infty$  é a duração média da rajada (MR).

### 3. Duração total de rajadas em um intervalo dado $TR(t)$

$TR(t)$  é o tempo total em que a fonte de tráfego transmite com uma taxa acima da taxa limite durante um intervalo de comprimento  $t$ . A distribuição desta variável aleatória pode ser calculada conforme será visto na próxima seção.

## 3 Cálculo de Descritores para Cadeias de Markov

Nesta seção mostraremos como os descritores definidos na seção anterior podem ser obtidos a partir de um modelo markoviano com recompensas. Seja uma cadeia de Markov de tempo contínuo  $\mathcal{M} = \{X(t) : t = 0, \dots, \infty\}$  e espaço de estados discreto. Considere um vetor de recompensas (taxas)  $\lambda = \langle \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N \rangle$  associado a cadeia moduladora  $\mathcal{M}$ . O nosso modelo é tal que o sistema, enquanto no estado  $i$ , transmite a uma taxa constante  $\lambda_i$ . (Note que num modelo MMPP o sistema transmite a uma taxa exponencial  $\lambda_i$  enquanto estiver no estado  $i$ .)

O cálculo dos descritores que são funções de um dado intervalo de tempo são baseados no método de uniformização [2]. Neste método, uma cadeia de Markov de tempo contínuo é transformada numa cadeia análoga em tempo discreto, e medidas transientes podem ser calculadas trabalhando-se com o problema em tempo discreto, o que fornece várias vantagens.

Considere uma cadeia de Markov de tempo contínuo com gerador infinitesimal  $Q$ . Seja  $\Lambda$  um valor maior ou igual ao máximo valor absoluto dos elementos da diagonal de  $Q$ . Defina  $P = I + Q/\Lambda$ , onde  $I$  é a matriz identidade. Então é possível mostrar que  $P$  é uma matriz estocástica, e podemos transformar a cadeia de Markov original numa cadeia discreta com matriz de transição  $P$  e onde o tempo de permanência em qualquer estado antes de uma transição (incluindo transições para o mesmo estado), tem distribuição exponencial com taxa  $\Lambda$ . A partir desta transformação, várias medidas transientes podem ser encontradas. Maiores detalhes encontram-se em [2]. Por exemplo, o vetor de probabilidades de estado no tempo  $t$  ( $p(t)$ ) pode ser facilmente calculado por:

$$p(t) = p(0) \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\Lambda t} \frac{(\Lambda t)^n}{n!} P^n. \quad (2)$$

onde  $p(0)$  é a distribuição inicial de estados. Os cálculos dos descritores  $Cov(t)$  e  $IDC(t)$  são originais e o detalhamento encontra-se abaixo.

### 3.1 Taxa média e Variância

A taxa média da fonte é trivialmente calculada em função da probabilidade estacionária  $\pi_i$  do modelo estar no estado  $i$ . Desta forma, para uma cadeia com  $N$  estados tem-se:

$$E[\lambda] = \sum_{i=1}^N \pi_i \lambda_i$$

$$\text{Var}(\lambda) = \sum_{i=1}^N \pi_i (\lambda_i - E[\lambda])^2$$

### 3.2 Autocovariância

A autocovariância está definida pela equação (1). Uniformizando-se a cadeia de Markov do modelo de fonte em estudo temos que, da equação (2),  $E[X(t)X(t+\tau)]$  para uma cadeia com  $N$  estados é dada por:

$$E[X(t)X(t+\tau)] = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n \geq m}^{\infty} E[X(m)X(n)] (e^{-\Lambda t} \frac{(\Lambda t)^m}{m!}) (e^{-\Lambda \tau} \frac{(\Lambda \tau)^{(n-m)}}{(n-m)!}) \quad (3)$$

onde

$$E[X(m)X(n)] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j P[X(m) = i, X(n) = j]$$

Considerando que a cadeia é homogênea e estacionária, temos:

$$E[X(m)X(n)] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j P[X(n) = j | X(m) = i] P[X(m) = i] \quad (4)$$

$$= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j p_{ij}(n-m) \pi_i \quad (5)$$

$$= \sum_{i=1}^N \lambda_i \pi_i \sum_{j=1}^N \lambda_j p_{ij}(n) \quad (6)$$

onde  $p_{ij}(n)$  é a probabilidade do modelo transicionar do estado  $i$  para  $j$  em  $n$  passos.

Definindo

$$\gamma(n) = \lambda(P(n))^t, \quad (7)$$

onde  $A^t$  é a transposta da matriz  $A$  e  $P(n)$  é a matrix cujo  $i, j$ -ésimo elemento é igual a  $p_{ij}(n)$ , temos:

$$E[X(m)X(n)] = \sum_{i=1}^N \lambda_i \pi_i \gamma_i(n-m) \quad (8)$$

onde  $\gamma_i(n-m)$  é o  $i$ -ésimo elemento do vetor  $\gamma(n-m)$ . De (8) e (3), lembrando que a cadeia é homogênea e estacionária (e logo  $E[X(t)X(t+\tau)]$  depende somente da diferença de tempo,  $\tau$ ) obtemos:

$$E[X(t)X(t+\tau)] = \sum_{i=1}^N \lambda_i \pi_i \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_i(n) e^{-\Lambda \tau} \frac{(\Lambda \tau)^n}{n!} \quad (9)$$

Dado dois vetores não negativos  $\mathbf{x} = \langle x_1, \dots, x_N \rangle$  e  $\mathbf{y} = \langle y_1, \dots, y_N \rangle$ , o seu produto interno é dado por  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^N x_i y_i$ . Desta maneira, a equação (9) pode ser reescrita da forma

$$E[X(t)X(t+\tau)] = \lambda \cdot \pi \cdot \delta(\tau) \quad (10)$$

onde

$$\delta(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma(n) e^{-\Lambda\tau} \frac{(\Lambda\tau)^n}{n!}. \quad (11)$$

Note que na equação (11), o vetor  $\gamma(n)$  pode ser facilmente calculado a partir da recursão  $\gamma(n) = \gamma(n-1)P^t$  com  $\gamma(0) = \lambda$ . Além disso, a soma infinita em (11) pode ser truncada a um valor  $N_{\max}$ , de maneira a se obter uma dada tolerância nos resultados. O valor de  $N_{\max}$  é obtido de maneira idêntica à usada para truncar a série infinita em (2) [2].

### 3.3 IDC

Lembramos que o IDC foi definido na seção anterior como:

$$\text{IDC}(t) = \frac{\text{Var}[N(t)]}{E[N(t)]},$$

onde  $\text{Var}[N(t)] = E[N(t)^2] - (E[N(t)])^2$  e  $N(t)$  é o número de chegadas de pacotes no intervalo  $t$ .

Seja  $\lambda(t)$  a taxa de chegada de pacotes no instante  $t$ . Note que  $N(t) = \int_0^t \lambda(s) ds$  e portanto

$$E[N(t)] = \int_0^t E[\lambda(s)] ds.$$

$E[\lambda(s)]$  pode ser calculado uniformizando a cadeia e usando resultados de cadeia de Markov com recompensas (ver [2]). Então

$$E[N(t)] = \int_0^t \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\Lambda s} \frac{(\Lambda s)^n}{n!} \lambda \cdot \mathbf{v}(n) ds$$

onde  $\mathbf{v}(n)$  é o vetor de probabilidade de estados da cadeia após  $n$  passos. Resolvendo a integral ([2]) temos:

$$E[N(t)] = t \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\Lambda t} \frac{(\Lambda t)^n}{n!} \left[ \frac{\sum_{j=0}^n \lambda \cdot \mathbf{v}(j)}{n+1} \right], \quad (12)$$

O termo entre colchetes pode ser escrito recursivamente da forma

$$f(n) = \frac{n}{n+1} f(n-1) + \frac{1}{n+1} [\lambda \cdot \mathbf{v}(n)]$$

Em [5] é desenvolvido um método para calcular o segundo momento de uma variável aleatória que é uma função do estado de uma cadeia de Markov. Para o cálculo do IDC temos que obter o segundo momento do número de pacotes que chegam até um instante  $T$ . Usando os resultados de [5] temos que:

$$N(T)^2 = \left[ \int_0^T \lambda(t) dt \right]^2 = 2 \int \int_{0 < s < t < T} \lambda(s) \lambda(t) ds dt,$$

e portanto,

$$E[N(T)^2] = 2 \int \int_{0 \leq s \leq t \leq T} E[\lambda(s) \lambda(t)] ds dt$$



$E[\lambda(s)\lambda(t)]$  é dado por (3), logo:

$$E[N(T)^2] = 2 \sum_{i \geq 0} \sum_{j \geq i} E[\lambda_i \lambda_j] \int \int_{0 < s < t < T} e^{-\Lambda s} \frac{(\Lambda s)^i}{i!} e^{-\Lambda(t-s)} \frac{(\Lambda(t-s))^{(j-i)}}{(j-i)!} ds dt$$

Calculando a integral acima obtemos:

$$E[N(T)^2] = \sum_{0 \leq i} \sum_{j \geq i} E[\lambda_i \lambda_j] \left\{ \frac{2}{(\Lambda)^2} E_{j+2, \Lambda}(T) \right\}$$

onde  $E_{j+2, \Lambda}(T)$  é a distribuição de Erlang com  $(j+2)$  estágios. Notamos agora que  $E[\lambda_i \lambda_j]$  foi obtido em (5). Substituindo (5) na equação acima e trocando a ordem dos somatórios, obtemos

$$E[N(T)^2] = \frac{2}{\Lambda^2} \sum_{j=0}^{\infty} E_{j+2, \Lambda}(T) \sum_{k=1}^N \lambda_k D_k^j, \quad (13)$$

onde

$$D_k^j = \sum_{i=0}^j \sum_{l=1}^N \lambda_l p_{lk}(j-i) v_k(j),$$

e  $v_k(j)$  é a probabilidade da cadeia estar no estado  $k$  no passo  $j$ .

$D_k^j$  pode ser obtido recursivamente por:

$$D_k^j = \sum_{s=1}^N D_s^{j-1} p_{sk} + \lambda_k v_k(j),$$

com  $D_k^0 = \lambda_k v_k(0)$ .

### 3.4 Descritores Relativos ao Período de Rajadas

O cálculo dos descritores relativos ao período de rajada de uma fonte pressupõe a definição de um subconjunto  $\mathcal{R}$  de estados do modelo onde a taxa da fonte esteja acima de uma taxa limite. Seja  $r$  um estado do modelo pertencente a  $\mathcal{R}$ . A variável aleatória *duração de uma rajada em um dado intervalo que iniciou no estado  $r$*  é igual ao tempo total em  $\mathcal{R}$ , a partir de  $r$ , antes do modelo sair do subconjunto. Portanto,  $DR(t)$ ,  $MR(t)$ , e  $MR$  podem ser calculados da mesma maneira que medidas de confiabilidade. Analogamente, a distribuição da variável aleatória *tempo total que o modelo permanece em estados de rajadas em um dado intervalo de tempo* pode ser obtida da mesma maneira que a distribuição do tempo operacional em um modelo de disponibilidade. Portanto, de [3, 1] obtemos imediatamente as expressões:

$$DR(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\Lambda t} \frac{\Lambda t^n}{n!} \Omega[n, n+1], \quad (14)$$

$$MR(t) = \frac{1}{\Lambda} \sum_{n=0}^{\infty} E_{n+1, \Lambda}(t) \Omega[n, n+1], \quad (15)$$

$$MR = \frac{1}{\Lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \Omega[n, n+1] \quad (16)$$

$$P[\text{TR}(t) \leq s] = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\Lambda t} \frac{\Lambda t}{n!} \sum_{k=0}^n \Omega[n, k] \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \left(\frac{s}{t}\right)^i \left(1 - \frac{s}{t}\right)^{n-i}, \quad (17)$$

onde  $\Omega[n, k]$  pode ser calculado recursivamente por

$$\Omega[n, k] = \sum_{i=1}^N \Omega[n-1, k, a_i]$$

e

$$\Omega[n, k, a_i] = \sum_{j=1}^N \Omega[n-1, k-1, a_j] p_{ji}, \quad \text{se } a_i \in \mathcal{R} \text{ e}$$

$$\Omega[n, k, a_i] = \sum_{j=1}^N \Omega[n-1, k, a_j] p_{ji}, \quad \text{caso contrário.}$$

## 4 Exemplos

Nesta seção exemplificaremos o cálculo dos descritores para dois modelos de fontes de vídeo. (Enfatizamos que o nosso objetivo nesta seção não é o de propor novos modelos de tráfego, mas simplesmente exemplificar o cálculo de descritores a partir das expressões obtidas na seção 3.) O primeiro modelo é semelhante ao MMPP definido em [13], o segundo é um processo de nascimento e morte apresentado em [10]. Os parâmetros dos modelos foram determinados a partir de medições de uma sequência de vídeo real do filme *Starwars* codificada em MPEG. A descrição de como esses parâmetros foram obtidos encontra-se nas subseções seguintes.

Uma sequência MPEG possui três tipos de quadros: quadros I (*Intracoded*), quadros P (*predictive*) e quadros B (*bidirectional*). Os quadros I contém toda a informação referente a uma cena codificada em JPEG, portanto são os que possuem maior quantidade de dados. Neste trabalho, somente os quadros do tipo I foram considerados nas medições feitas da sequência real por estes serem os quadros que possuem as taxas mais altas. Em outras palavras, o modelo estudado é relativo ao tráfego de quadros I. Entretanto, o formulário obtido na seção 3 é válido para qualquer cadeia de Markov, e modelos conjuntos do tráfego I, P e B podem ser igualmente considerados. O intervalo entre quadros do tipo I é de 0.5 segundos e a taxa dos quadros é dada em bits por frames. Foram considerados todos os quadros I de uma sequência do filme inteiro. A Figura 1 apresenta a taxa em bits por segundo da sequência considerada nos exemplos.

Calculamos também os descritores de tráfego para a sequência real com o objetivo de comparar com os descritores obtidos para o modelo. A autocovariância e autocorrelação da sequência real para um dado valor de  $\tau$  foram obtidas a partir do cálculo da média amostral do produto  $\lambda(t_i)\lambda(t_i + \tau)$  e da média amostral de  $\lambda(t_i)$  ( $\lambda(t_i)$  é a taxa no instante  $t_i$ ) onde  $t_i, i = 1, 2, \dots$  é o instante da  $i$ -ésima chegada de quadros da sequência. Para a estimativa da distribuição da duração das rajadas e do IDC, foram escolhidos pontos aleatórios na sequência, onde cada ponto é o início de um caminho amostral. O índice de dispersão para o número de pacotes num intervalo de comprimento  $t$  foi obtido através do cálculo da variância e da média amostral do número de pacotes no intervalo  $t$  considerando os diversos caminhos amostrais. A distribuição da duração das rajadas foi calculada a partir da média amostral do número de pacotes, com taxa acima

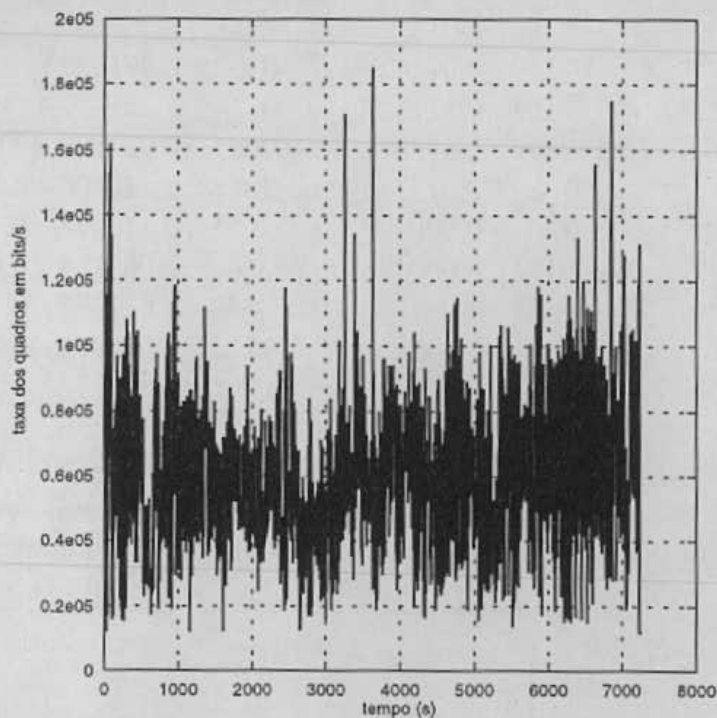


Figura 1: Quadros I da sequência MPEG do filme *starwars*

de uma taxa limite, que chegam num intervalo  $t$ , considerando os diversos caminhos amostrais.

No cálculo do IDC e da distribuição da duração da rajada dos modelos é necessária a distribuição inicial. Essa distribuição foi obtida a partir da sequência real considerando a taxa do quadro do início de cada caminho amostral, e medindo-se a frequência relativa das taxas iniciais.

#### 4.1 Modelo 1

Como apresentado na introdução, os parâmetros deste modelo são as taxas associadas a cada estado e as probabilidades de transição da cadeia de Markov. As taxas foram obtidas a partir da quantização em oito níveis das taxas da sequência real, cada uma dando origem a um estado da cadeia de Markov. As probabilidades de transição entre estados da cadeia foram obtidas observando-se a frequência relativa das transições entre os níveis de taxa da sequência real. As taxas (em bits/frames) e a matriz  $P$  obtidas a partir de medições são as seguintes:

$$\lambda = \langle 174.420, 152.730, 131.040, 109.360, 87.670, 65.980, 44.290, 22.600 \rangle \quad (18)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix}
 0.785714 & 0 & 0.071429 & 0 & 0.071429 & 0 & 0.071429 & 0 \\
 0.057143 & 0.771429 & 0.171429 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0.142857 & 0.693878 & 0.102041 & 0.020408 & 0.040816 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.015789 & 0.747368 & 0.142105 & 0.065789 & 0.026316 & 0.002632 \\
 0 & 0 & 0.000439 & 0.024155 & 0.770312 & 0.164690 & 0.034256 & 0.006148 \\
 0.000178 & 0.000178 & 0.000178 & 0.005150 & 0.063754 & 0.818505 & 0.103356 & 0.008702 \\
 0 & 0 & 0 & 0.000965 & 0.017957 & 0.111025 & 0.828925 & 0.041128 \\
 0 & 0 & 0 & 0.002132 & 0.015991 & 0.046908 & 0.229211 & 0.705757
 \end{bmatrix}$$

(19)

Na Figura 2 podemos observar que a autocorrelação obtida para a sequência experimental é semelhante à calculada para o modelo, ou seja, se aproxima de um valor constante com o aumento do intervalo de tempo. Podemos observar na Figura 3 o

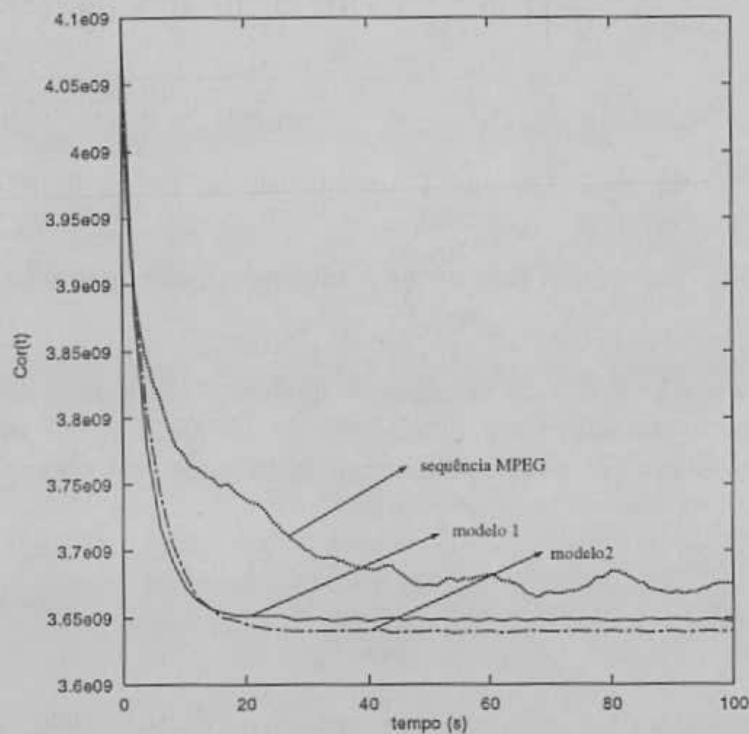


Figura 2: Função de autocorrelação

comportamento do IDC e na Figura 4 as curvas referentes a função de distribuição da duração total de rajadas ( $TR(t)$ ).

Das figuras podemos observar discrepâncias (maiores ou menores, dependendo da medida) entre os resultados do modelo e as medidas feitas a partir da sequência real. É importante notar que, uma vez que obtemos expressões para o cálculo dos descritores, podemos ajustar os parâmetros da cadeia de maneira a tentar casar os descritores obtidos do modelo com os obtidos da sequência real. O estudo dos ajustes necessários estão além do propósito deste artigo.

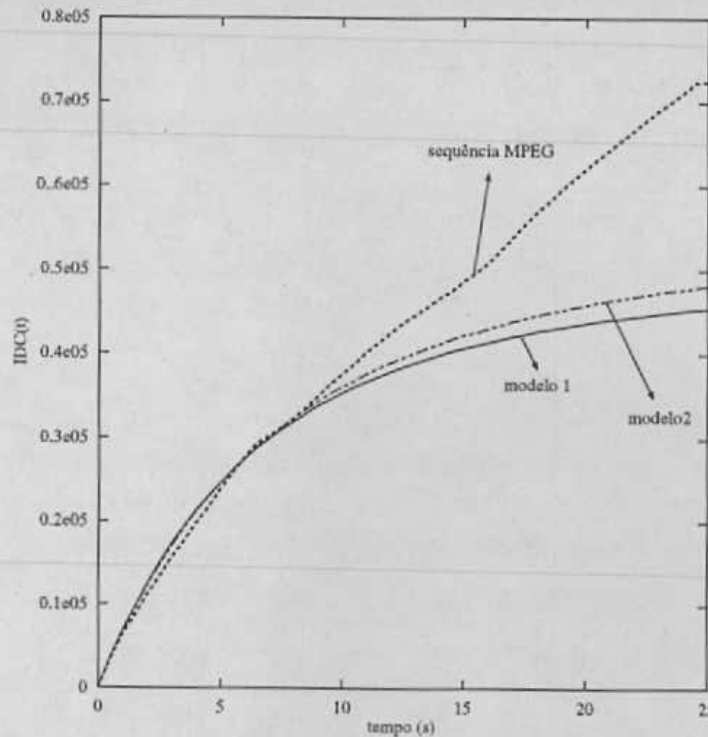


Figura 3: Índice de Dispersão para o número de pacotes

## 4.2 Modelo 2

Neste modelo, a cadeia de Markov resultante é um processo de nascimento e morte onde o estado representa o número de minifontes ativas [10]. É assumido que a taxa da minifonte é  $A$ , que a taxa de transição do estado ON para o estado OFF é  $\beta$  e a taxa de transição do estado OFF para ON é  $\alpha$ . Se o número de minifontes é igual a  $M$ , temos  $M + 1$  estados com o vetor  $\lambda = \langle 0, A, 2A, \dots, MA \rangle$  das taxas associadas a cada estado da cadeia. As taxas de transição  $\gamma_{ij}$  de um estado  $iA$  para um estado  $jA$  são dadas por:

$$\gamma_{i,i+1} = (M - i)\alpha, i < M, \gamma_{i,i-1} = i\beta, i > 0 \text{ e } \gamma_{i,i} = 0$$

Os parâmetros desse modelo são as taxas de transição do modelo da minifonte e a taxa da minifonte. Eles foram obtidos através do casamento de descritores de tráfego da sequência real com as expressões analíticas dos descritores para o modelo. Foram utilizados como descritores para determinar os parâmetros da minifonte a média, a variância e a autocovariância para um intervalo, da taxa de chegada. Como a cadeia de Markov deste modelo é bem particular (resultante de fontes ON-OFF idênticas) existem expressões analíticas para o cálculo da autocovariância. Os resultados deste modelo foram plotados apenas para comparação com o modelo de recompensas. Entretanto o cálculo do IDC foi feito utilizando-se as expressões 12 e 13, assim como a distribuição da duração total de rajadas foi obtida a partir de 17 uma vez que não existem outras expressões para estes casos na literatura. A autocovariância é dada por [10]:

$$C(t) = \text{Var}[\lambda]e^{-(\alpha+\beta)t} \quad (20)$$

As seguintes equações foram utilizadas para determinar os parâmetros (ver [10]):

$$\beta = \alpha + \beta \left( 1 + \frac{NE^2[\lambda]}{M\text{Var}[\lambda]} \right), \quad A = \frac{\text{Var}[\lambda]}{E[\lambda]} + \frac{E[\lambda]}{M}$$

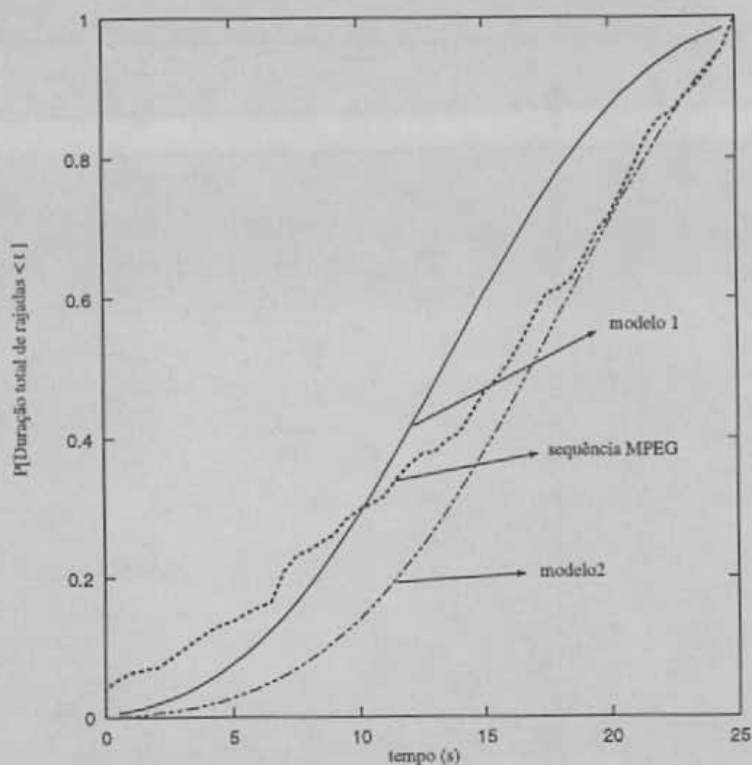


Figura 4: Função de distribuição da duração total de rajadas

onde  $N$  é o número de fontes de vídeo,  $M$  é o número de minifontes ativas e  $\lambda(t)$  é a taxa da fonte num instante  $t$  medida para a sequência real.

Experimentos mostraram que consegue-se uma boa aproximação para uma fonte de vídeo considerando-se 20 níveis de taxa da fonte diferentes (ou seja 20 minifontes) [10]. Por conseguinte, no nosso exemplo, usamos  $M = 20$ .

Analogamente ao modelo anterior, podemos observar na Figura 2 que a autocorrelação obtida para a sequência experimental é semelhante à calculada para o modelo. O comportamento do IDC pode ser observado na Figura 3. Podemos observar na Figura 4 as curvas referentes a função de distribuição da duração total de rajadas. Notamos que, em todas as curvas, o modelo de recompensas de 8 estados se aproxima do modelo 2 com 21 estados. Com as expressões obtidas para os descritores podemos estudar a precisão de modelos de recompensas mais complexos.

## 5 Conclusões

A modelagem de tráfego é muito importante para o dimensionamento das novas redes multimídia de alta velocidade. Uma classe de modelos de tráfego muito usada é a dos modelos markovianos. Inúmeros modelos markovianos tem sido propostos na literatura, e procura-se ajustar os parâmetros do modelo de forma a existir um casamento entre descritores obtidos de sequências reais com os calculados a partir do modelo. Entretanto, expressões para descritores importantes como a autocovariância e o IDC existem apenas para modelos bem particulares.

Neste artigo obtivemos expressões para o cálculo de descritores importantes, uti-

lizando técnicas de análise transiente de modelos markovianos e de cadeias de Markov com recompensas. Nenhuma estrutura especial para a cadeia de Markov foi suposta. Além disso mostramos como obter algumas novas medidas relacionadas à duração de rajadas, para cadeias gerais.

Apresentamos, a título de exemplo de cálculo dos descritores, alguns modelos e comparamos os resultados obtidos com medidas sobre uma sequência de vídeo real. Pretendemos no futuro, a partir das expressões, fazer um estudo detalhado de sensibilidade de vários descritores em relação a diversos parâmetros do modelo de Markov. Com isso, poderemos aumentar a precisão do modelo gerado em relação a um ou mais descritores. As expressões obtidas auxiliarão nesta tarefa. Além disso, pretendemos estudar a sensibilidade de várias medidas de desempenho com estes descritores, utilizando-se dos modelos markovianos desenvolvidos.

## Referências

- [1] Edmundo de Souza e Silva and H. Richard Gail. Calculating cumulative operational time distributions of repairable computer systems. *IEEE Transactions on Computers*, c-35(4):322-332, 1986.
- [2] Edmundo de Souza e Silva and H. Richard Gail. The uniformization method in performability analysis. Technical report, IBM Research Division, Thomas J. Watson Research Center - Yorktown Heights, NY 10598, 2 1996.
- [3] Edmundo A. de Souza e Silva and Richard R. Muntz. *Métodos Computacionais de Solução de Cadeias de Markov: Aplicações a Sistemas de Computação e Comunicação*. Escola'92, UFRGS, 1992.
- [4] V.S. Frost and B. Melamed. Traffic modeling for telecommunications networks. *IEEE Communications Magazine*, 32(3):70-81, 1994.
- [5] Winfried Grassmann. Means and variances of time averages in markovian environments. *European Journal of Operational Research*, (31):132-139, 1987.
- [6] Ricardo Gusella. Characterizing the variability of arrival processes with indexes of dispersion. *IEEE Journal on Select Areas in Communication*, 9(2):203-211, 1991.
- [7] David L. Jagerman and Benjamin Melamed. The transition and autocorrelation structure of tes processes, part i: General theory. *Communications in Statistics - Stochastic Models*, 8(2):193-219, 1992.
- [8] David L. Jagerman and Benjamin Melamed. The transition and autocorrelation structure of tes processes, part ii: Special cases. *Communications in Statistics - Stochastic Models*, 8(3):499-527, 1992.
- [9] W. Leland, W. Willinger, M. Taqqu, and D. Wilson. On the self-similar nature of ethernet traffic (extended version ). *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2(1):1-15, February 1994.
- [10] Basil Maglaris, Dimitris Anastassiou, Prodip Sen, Gunnar Karlsson, and John D. Robbins. Performance models of statistical multiplexing in packet video communications. *IEEE Transactions on Communications*, 36(7):834-844, 1988.

- [11] Stephan Robert and Jean-Yves Le Boudec. On a Markov modulated chain exhibiting self-similarities over finite timescale. *Performance Evaluation*, 27-28:159-173, October 1996.
- [12] Mischa Schwartz. *Broadband Integrated Networks*. Prentice Hall, 1996.
- [13] Paul Skelly, Mischa Schwartz, and Sudhir Dixit. A histogram-based model for video traffic behavior in an atm multiplexer. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1(4):445-459, 1993.
- [14] Kotikalapudi Sriram and Ward Whitt. Characterizing superposition arrival processes in packet multiplexers for voice and data. *IEEE Journal on Select Areas in Communication*, 4(6):833-846, 1986.