

Modelo de Nó Único com Fila para a Manhattan Street Network

Antonio Augusto T. P. de Moraes

Lee Luan Ling

DECOM-FEE-UNICAMP

13081-970, Campinas, SP

Fone: 0192 398324, Fax: 0192 391395

E-mail: {antonio,zhao}@decom.fee.unicamp.br

Resumo

Sugerimos um *Modelo de Nó Único com Fila* para a Manhattan Street Network (MSN), baseado no *Modelo de Nó Único Puro (sem fila)* proposto por Greenberg e Goodman [1]. Construímos um sistema linear de três equações de diferença que mostra explicitamente o relacionamento entre as distribuições de probabilidades de nós enviarem pacotes em seus enlaces de saída de linha e de coluna e a distribuição de probabilidades do número de pacotes no buffer (fila). Experimentalmente, resolvemos o sistema linear, denominado Modelo-*q*, para uma MSN 8x8 e comparamos as estatísticas de desempenho do sistema com aquelas obtidas para o modelo puro, aqui denominado Modelo-*p*. Os resultados de extensivos experimentos de simulação validam nossa proposta.

Abstract

We suggested a *One-Node With Queue Model* for Manhattan Street Network (MSN) based on the *Pure One-Node Model (without queue)* proposed by Greenberg and Goodman [1]. We constructed a tri-linear system of difference equations which show explicitly the relationship among the probability distribution of row and column outgoing links sending packets and that of the probability of number of packets in the buffer. In the experimental studies, we solved the tri-linear system, the so-called Modelo-*q*, for an 8x8 MSN and compared the system performance statistics with those of pure one-node model, the so-called Modelo-*p*. The results of extensive simulation experiments validate our approach.

1 Introdução

A Manhattan Street Network é uma rede regular, duplamente conectada com enlaces unidirecionais, assim chamada devido a seus enlaces estarem arranjados em uma estrutura semelhante a das ruas e avenidas de Manhattan. A figura 1 mostra uma MSN de ordem 4. Todo nó da rede é identificado por um par ordenado, contendo os números da linha e da coluna correspondentes a sua posição no grafo. Cada nó possui dois enlaces de comunicação unidirecionais de entrada, denominados enlace de entrada de linha e enlace

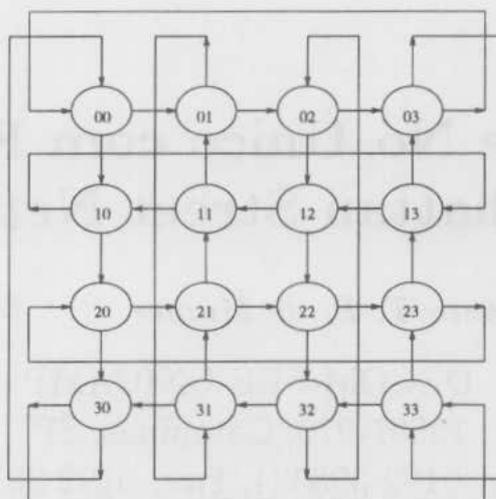


Figura 1: Manhattan Street Network 4x4

de entrada de coluna, e dois de saída, denominados enlace de saída de linha e enlace de saída de coluna. A MSN vem sendo amplamente aplicada em áreas locais e metropolitanas como um sistema de comunicação de pacotes segmentado ("slotted") [2]. Os nós na MSN operam de uma forma segmentada em tempo discreto. Em cada instante de tempo $t = 0, 1, 2, \dots$, cada nó recebe no máximo dois pacotes de seus dois enlaces de entrada, e tenta transmiti-los através de seus dois enlaces de saída durante o segmento de tempo seguinte $(t, t+1)$. É requerido que cada enlace de saída possa transmitir apenas um pacote em cada segmento de tempo. A fim de que cheguem corretamente aos seus destinos, os pacotes são roteados através da rede obedecendo a certos *algoritmos de roteamento de pacotes*.

Os algoritmos de roteamento de pacotes propostos por Maxemchuk requerem que os nós comutem pacotes para os enlaces de saída que proporcionarem o menor caminho até os destinos [3]. Todavia, no instante t dois pacotes podem preferir o mesmo enlace de saída. Como resultado, o nó declara um estado de conflito e invoca uma *regra de resolução de conflito local*, que resolve o impasse assinalando enlaces apropriados aos pacotes em disputa. Adicionalmente à execução da regra de resolução de conflito, cada nó da rede pode gerar um novo pacote em um instante de tempo t e transmiti-lo através de um dos seus enlaces de saída no intervalo de tempo $(t, t+1)$, caso pelo menos um dos enlaces esteja disponível durante este intervalo. Por outro lado, se não houver enlace disponível, ou seja, se os dois enlaces de saída forem solicitados por pacotes em trânsito, novos pacotes não serão transmitidos no referido intervalo de tempo. Isto se deve ao fato de, sob a regra de resolução de conflito, novos pacotes terem menor prioridade para transmissão.

A regra de resolução de conflito adotada neste artigo é a chamada "random/deferring", sugerida em [1]. A mesma pode ser enunciada como segue:

"Se um pacote tem preferência de roteamento "tanto faz" e o outro tem preferência de roteamento "linha" ou "coluna", o último é transmitido pelo enlace preferido (de linha ou de coluna) e o primeiro pelo outro enlace (de coluna ou de linha). Caso contrário, uma escolha aleatória equiprovável direciona os dois pacotes para os dois enlaces de saída. Um novo pacote gerado sempre tem menor prioridade com respeito a pacotes em trânsito".

Recentemente, Greenberg e Goodman propuseram um modelo aproximado para a

MSN, o Modelo de Nó Único, a fim de facilitar a análise de desempenho [1]. A geração de novos pacotes em cada nó foi modelada por um processo de Bernoulli com bloqueio. Em outras palavras, o sistema da maneira como proposto, simplesmente descarta cada novo pacote gerado caso ele não seja transmitido com sucesso. Negligenciar a perda de pacotes pode causar resultados indesejáveis para certos serviços que não toleram perda de informação. Isso sugere a necessidade da concepção de uma nova estratégia para o processo de chegadas, que seja capaz de determinar as prováveis influências de pacotes rejeitados no desempenho da rede [6]. Propomos um Modelo de Nó Único com Fila para a MSN e estabelecemos seu relacionamento com o Modelo de Nó Único Puro. Para analisarmos a MSN através do novo modelo proposto, derivamos novas expressões que explicitamente fornecem informações importantes a respeito do desempenho da rede, como tamanho médio da fila, utilização média de enlace, vazão total no estado estacionário e atraso médio. Baseados em comparações dos resultados obtidos através do modelo proposto com aqueles obtidos através de simulações, pudemos comprovar a veracidade do modelo.

2 O Modelo de Nó Único com Fila para a MSN

Sob a regra de resolução de conflito “random/deferring”, uma característica importante da MSN é que pacotes já em roteamento na rede nunca são bloqueados, mesmo durante um conflito. Neste caso, os pacotes são desviados de seus caminhos preferidos para evitar congestionamento. Em virtude de novos pacotes terem menor prioridade, sendo sacrificados quando necessário, um comportamento de roteamento estacionário pode sempre ser alcançado.

A necessidade de conservar informação sugere que o novo modelo para a MSN seja capaz de acoplar uma memória a cada nó como um buffer entre o processo de chegadas e o processo de roteamento (rede), sem alterar o princípio operacional da MSN. Em outras palavras, qualquer novo pacote que não puder ser transmitido é colocado no buffer, a espera da próxima oportunidade disponível para transmissão. Intuitivamente, sob esta formulação, embora a chegada de pacotes continue a representar um processo de Bernoulli puro, a apresentação de pacotes para entrada na rede não mais segue esta lei [7]. Como resultado, a taxa de apresentação de pacotes para entrada na rede não é constante por muito tempo, pois esta depende agora do estado dos buffers. Nesta seção, apresentaremos um *modelo matemático para o sistema de filas*, o qual descreve o estado dos buffers. Então, iremos derivar algumas expressões representando a relação probabilística entre este modelo e o Modelo- p , formalizando assim o Modelo- q .

2.1 Descrição do Modelo Matemático para o Sistema de Filas

Para o nosso sistema de filas, denominado B/N/1, temos um processo de chegadas de Bernoulli, representado por B, um processo de serviço FCFS (“First Come First Served”), representado por N e um único servidor. O processo de serviço é especificado pela distribuição do tempo de espera no buffer, o qual depende profundamente da condição probabilística de toda a rede no relativo segmento de tempo. Devido a não haver fórmulas fechadas que possam descrever o comportamento probabilístico da MSN, essa forte dependência da rede causa muitas dificuldades na análise do sistema de filas. Todavia, as *suposições de isotropia e independência* introduzidas na próxima seção decompõem uma

MSN complexa em um sistema simples, de *nó único*; como consequência, somente necessitamos focalizar um único nó, dito nó $(0,0)$, e explicitar sua influência no sistema de filas.

Antes de analisarmos a influência da rede no sistema de filas, necessitamos definir alguns parâmetros. Considerando o buffer conectado ao nó $(0,0)$, denotemos por S^t o número de pacotes na fila (buffer), e por $\pi^t(k)$ a probabilidade de k pacotes estarem no buffer no instante t . Então,

$$\pi^t(k) = Pr[S^t = k], \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Agora consideremos

$$\Pi^t = (\pi^t(0), \pi^t(1), \pi^t(2), \pi^t(3), \dots), \quad (2)$$

representando um vetor de dimensão infinita. Notemos que Π^t é uma distribuição de probabilidades, logo

$$\sum_{k=0}^{\infty} \pi^t(k) = 1. \quad (3)$$

Denotemos como P^t uma matriz de ordem infinita $(\infty \times \infty)$, cujos elementos são dados por

$$p^t(i, j) = Pr[S^{t+1} = j | S^t = i], \text{ para } i, j = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Então, $p^t(i, j)$ é a probabilidade de transição de haver j pacotes no buffer no instante $t+1$, dado que havia i pacotes no buffer no instante t . Portanto,

$$P^t = \begin{pmatrix} p^t(0,0) & p^t(0,1) & p^t(0,2) & \dots \\ p^t(1,0) & p^t(1,1) & p^t(1,2) & \dots \\ p^t(2,0) & p^t(2,1) & p^t(2,2) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Com as definições de Π^t e P^t , a seguinte relação se mantém [5]:

$$\Pi^{t+1} = \Pi^t \cdot P^t. \quad (6)$$

Dada uma condição inicial, dita Π^0 , a equação de diferença (6) pode ser resolvida recursivamente. Definamos a distribuição estacionária

$$\bar{\Pi} = \lim_{t \rightarrow \infty} \Pi^t = (\bar{\pi}(0), \bar{\pi}(1), \bar{\pi}(2), \dots). \quad (7)$$

Com o auxílio da distribuição $\bar{\Pi}$, muitas informações realísticas sobre a rede MSN podem ser derivadas. Todavia, adiaremos a discussão até que uma relação entre a distribuição de probabilidades da fila e a do roteamento de pacotes na rede seja estabelecida.

2.2 Formulação do Modelo- q

Definidas as equações representativas do modelo matemático para o sistema de filas, relaciona-las-emos aquelas que descrevem o Modelo- p para formularmos o Modelo- q .

Tomemos (u, v) para denotar o nó com coordenadas u e v bem como um pacote cujo destino final é o nó (u, v) . O duplo sentido desta notação é eliminado pelo contexto.

Denotemos por $R_{i,j}^t = (u, v)$ o pacote (u, v) emitido pelo enlace de saída de linha do nó (i, j) e por $C_{i,j}^t = (w, x)$ o pacote (w, x) emitido pelo enlace de saída de coluna do

nó (i, j) , no instante t . Consideremos que o nó (i, j) jamais pode enviar um pacote para si mesmo, dito pacote (i, j) . Assim sendo, assumamos que $R_{i,j}^t = (u, v)$ e $C_{i,j}^t = (w, x)$ com $(u, v) = (i, j)$ e $(w, x) = (i, j)$ representam a não emissão de pacotes pelo nó (i, j) no instante t em seus enlaces de saída de linha e de coluna, respectivamente.

Representemos por $X_{i,j}^t = (R_{u,v}^t, C_{w,x}^t)$ os pacotes recebidos pelo nó (i, j) no instante t , onde (u, v) e (w, x) são os nós com seus enlaces de saída de linha e de coluna, respectivamente, direcionados para (i, j) . Explicitamente,

$$(u, v) = \begin{cases} (i, (j-1) \bmod n), & \text{se } i \text{ é par} \\ (i, (j+1) \bmod n), & \text{se } i \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (8)$$

e

$$(w, x) = \begin{cases} ((i-1) \bmod n, j), & \text{se } j \text{ é par} \\ ((i+1) \bmod n, j), & \text{se } j \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (9)$$

sendo n a ordem da rede. Seja ainda $H_{i,j}^t = (y, z)$, denotando o pacote (y, z) no topo da fila do nó (i, j) no instante t .

O comportamento estocástico exato de uma MSN é altamente complexo e difícil de ser resolvido analiticamente. De maneira a mudá-lo para uma forma simples e facilmente analisável, Greenberg e Goodman introduziram imperativamente as suposições de *isotropia e independência* [1]. Informalmente falando, a suposição de isotropia significa que mapeamentos de coordenadas de nós a coordenadas de nós preservam a relação de lado ("edge relation"). Em outras palavras, a probabilidade de emissão de pacotes por um dado nó em um instante t é constante sob mapeamentos automórficos, isto é,

$$Pr(R_{i,j}^t = (u, v)) = Pr(R_{0,0}^t = A_{i,j}^t(u, v)) \quad (10)$$

e

$$Pr(C_{i,j}^t = (u, v)) = Pr(C_{0,0}^t = A_{i,j}^t(u, v)). \quad (11)$$

O automorfismo $A_{i,j}(u, v)$ tem a função de reordenar a MSN colocando (i, j) como o nó de origem $(0, 0)$, ou seja,

$$A_{i,j}(u, v) = (w, x), \quad (12)$$

onde

$$w = \begin{cases} (u - i) \bmod n, & \text{se } j \text{ é par} \\ (i - u) \bmod n, & \text{se } j \text{ é ímpar,} \end{cases} \quad (13)$$

e

$$x = \begin{cases} (v - j) \bmod n, & \text{se } i \text{ é par} \\ (j - v) \bmod n, & \text{se } i \text{ é ímpar.} \end{cases} \quad (14)$$

Pode-se mostrar que a MSN é um exemplo de *Redes Toroidais* [4]. Redes Toroidais têm uma topologia isotrópica, o que significa que todo nó tem uma estrutura similar de conexão.

A suposição de independência nos diz que a recepção de pacotes pelos enlaces de entrada de linha e de coluna de um determinado nó (i, j) são eventos não correlacionados. Como consequência, a equação

$$Pr(X_{i,j}^t = (R_{u,v}^t, C_{w,x}^t)) = Pr(R_{u,v}^t, C_{w,x}^t) \quad (15)$$

pode ser simplificada para

$$Pr(X_{i,j}^t = (R_{u,v}^t, C_{w,x}^t)) = Pr(R_{u,v}^t) \cdot Pr(C_{w,x}^t). \quad (16)$$

Notemos que (u, v) e (w, x) nas equações (15) e (16) são dados respectivamente pelas equações (8) e (9).

Agora focalizemos o nó $(0, 0)$, assinalando notação especial para as distribuições de probabilidades de pacotes estarem em seus enlaces de saída e de entrada. Sejam

$$r^t(i, j) = Pr(R_{0,0}^t = (i, j)) \quad (17)$$

e

$$c^t(i, j) = Pr(C_{0,0}^t = (i, j)) \quad (18)$$

as probabilidades do nó $(0, 0)$ emitir um pacote (i, j) no instante t através de seus respectivos enlaces de saída de linha e de coluna. Para os enlaces de entrada, seja

$$x^t(u, v, w, x) = Pr(X_{0,0}^t = (u, v, w, x)),$$

a probabilidade do nó $(0, 0)$ receber os pacotes (u, v) e (w, x) de seus enlaces de entrada de linha e de coluna, respectivamente, no instante t . Para a fila, seja

$$h^t(y, z) = Pr(H_{0,0}^t = (y, z)) \quad (19)$$

a probabilidade do nó $(0, 0)$ possuir o pacote (y, z) no topo de sua fila no instante t .

Se agora deixarmos $t \rightarrow \infty$, $r^t(i, j)$, $c^t(i, j)$, $x^t(u, v, w, x)$, Π^t e h^t convergirão para as distribuições estacionárias $\bar{r}(i, j)$, $\bar{c}(i, j)$, $\bar{x}(u, v, w, x)$, $\bar{\Pi}$ e $\bar{h}(y, z)$, respectivamente.

Para resolvermos a equação (6), além de uma condição inicial Π^0 , necessitamos especificar explicitamente a matriz de transição de probabilidades P^t , a qual contém toda a informação acerca da distribuição de serviço. Embora cada elemento de P^t possa assumir qualquer valor entre 0 e 1, as matrizes para todos os algoritmos de resolução de conflito sugeridos em [1] possuem um padrão similar, como segue:

$$P^t = \begin{pmatrix} A_0^t & A_1^t & 0 & 0 & 0 & \dots \\ B_{-1}^t & B_0^t & B_1^t & 0 & 0 & \dots \\ 0 & B_{-1}^t & B_0^t & B_1^t & 0 & \dots \\ 0 & 0 & B_{-1}^t & B_0^t & B_1^t & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}, \quad (20)$$

o que significa que P^t é completamente determinada uma vez que os valores de A_0^t , A_1^t , B_{-1}^t , B_0^t e B_1^t são obtidos. Este padrão de P^t é consequência dos fatos que cada nó da rede aceita no máximo um novo pacote em cada segmento de tempo e que o buffer por sua vez recebe no máximo um pacote em cada segmento de tempo. Em outras palavras, em cada unidade de tempo o número de pacotes no buffer pode incrementar ou decrementar de somente um, ou simplesmente permanecer o mesmo. Assim, os índices -1 , 0 e 1 em A_0^t , A_1^t , B_{-1}^t , B_0^t e B_1^t denotam diminuição de um pacote, inalteração e aumento de um pacote no buffer, respectivamente. Os elementos da matriz P^t podem ser obtidos utilizando-se as seguintes expressões:

- $A_0^t = (1 - g) + g(1 - Q_0^t) = 1 - gQ_0^t$
- $A_1^t = 1 - A_0^t = gQ_0^t$
- $B_0^t = (1 - g)Q_0^t + g(Q_1^t + Q_2^t) = (1 - g)Q_0^t + g(1 - Q_0^t)$

- $B_1^t = A_1^t = gQ_0^t$
- $B_{-1}^t = 1 - B_0^t - B_1^t = (1 - g)(1 - Q_0^t)$

onde g é a taxa de geração de novos pacotes,

$$Q_0^t = (1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)) \cdot (1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)) \quad (21)$$

é a probabilidade de não haver enlace de saída disponível para o sistema de filas do nó $(0,0)$ no segmento de tempo $(t, t+1)$,

$$Q_1^t = [1 - r^t(0,0) - r^t(0,1)] \cdot [c^t(0,0) + c^t(1,0)] + [r^t(0,0) + r^t(0,1)] \cdot [1 - c^t(0,0) - c^t(1,0)] \quad (22)$$

é a probabilidade de haver somente um enlace de saída disponível para o sistema de filas do nó $(0,0)$ no segmento de tempo $(t, t+1)$ e

$$Q_2^t = [r^t(0,0) + r^t(0,1)] \cdot [c^t(0,0) + c^t(1,0)] \quad (23)$$

é a probabilidade de ambos os enlaces de saída estarem disponíveis para o sistema de filas do nó $(0,0)$ no segmento de tempo $(t, t+1)$.

Seja a situação onde ambos os enlaces de saída do nó $(0,0)$ estão disponíveis para o buffer, podendo o pacote no topo da fila ser transmitido para a rede. Sob esta circunstância, é plausível também transmitir o pacote na segunda posição do buffer durante o mesmo segmento de tempo, visto que intuitivamente um melhor desempenho em termos vazão poderia ser alcançado. Se o algoritmo de roteamento for modificado de forma a permitir que a aceitação de dois novos pacotes em um mesmo segmento de tempo seja possível, a matriz de transição de probabilidades irá assumir a forma da equação (24). Similarmente, entradas não-nulas de P^t são derivadas analisando o algoritmo de roteamento e computando as preferências de roteamento de pacotes. Na realidade, a matriz P^t dada pela equação (24) é uma forma geral para a fila B/N/1 qualquer que seja o algoritmo de roteamento utilizado, pois cada nó na rede tem sua capacidade de transmissão limitada a dois enlaces de saída em cada segmento de tempo.

$$P^t = \begin{pmatrix} A_0^t & A_1^t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ B_{-1}^t & B_0^t & B_1^t & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ C_{-2}^t & C_{-1}^t & C_0^t & C_1^t & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & C_{-2}^t & C_{-1}^t & C_0^t & C_1^t & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & C_{-2}^t & C_{-1}^t & C_0^t & C_1^t & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix} \quad (24)$$

Combinando o Modelo de Nó Único Puro e o Modelo para o Sistema de Filas, podemos formalizar o Modelo- g na forma de um sistema linear de três equações de diferença, dado pelas equações (25) e (27) abaixo:

$$\begin{pmatrix} r^{t+1}(i,j) \\ c^{t+1}(i,j) \end{pmatrix} = \sum_{u,v,w,x,y,z=0}^{n-1} L_{i,j}(u,v,w,x,y,z) \cdot r^t(A_{0,n-1}(u,v)) \cdot c^t(A_{n-1,0}(w,x)) \cdot h^t(y,z) \quad (25)$$

onde

$$L_{i,j}(u, v, w, x, y, z) = \begin{pmatrix} Pr[R_{0,0}^{t+1} = (i, j) | (X_{0,0}^t = (u, v, w, x), H_{0,0}^t = (y, z))] \\ Pr[C_{0,0}^{t+1} = (i, j) | (X_{0,0}^t = (u, v, w, x), H_{0,0}^t = (y, z))] \end{pmatrix} \quad (26)$$

e

$$\Pi^{t+1} = \Pi^t \cdot P^t. \quad (27)$$

Note que a probabilidade $h^t(y, z)$ de um pacote (y, z) encontrar-se no topo da fila durante o segmento de tempo $(t, t+1)$ pode ser obtida como segue:

$$h^t(y, z) = Pr\{H_{0,0}^t = (y, z)\} = \begin{cases} (1-g)\pi^t(0), & \text{se } (y, z) = (0, 0) \\ (1 - (1-g)\pi^t(0))/(n^2 - 1), & \text{se } (y, z) \neq (0, 0). \end{cases} \quad (28)$$

3 Resolução do Modelo- q

Um procedimento natural para resolver o sistema linear representado pelas equações (25) e (27) e assim obter $\bar{r}(i, j)$, $\bar{c}(i, j)$ e $\bar{\Pi}$, é fazê-lo recursivamente incrementando t , considerando como condições iniciais

$$\begin{pmatrix} r^0(i, j) \\ c^0(i, j) \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, & \text{se } (i, j) = (0, 0) \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \text{se } (i, j) \neq (0, 0) \end{cases} \quad (29)$$

e

$$\Pi^0 = (1, 0, 0, 0, \dots). \quad (30)$$

Todavia, na prática temos um buffer de tamanho finito b . Além disso, alguns critérios de parada são pré-estabelecidos para interromper o procedimento iterativo e então declarar o estado estacionário alcançado. Os critérios utilizados foram:

$$|I(t) - I(t+1)| < 10^{-3}, \quad (31)$$

$$|O(t) - O(t+1)| < 10^{-3}, \quad (32)$$

e

$$|B(t) - B(t+1)| < 10^{-3}, \quad (33)$$

onde

$$I(t) = n^2 \cdot (1 - (1-g)\pi^t(0)) \cdot \{[r^t(0, 0) + r^t(0, 1) + c^t(0, 0) + c^t(0, 0)] - [r^t(0, 0) + r^t(0, 1)] \cdot [(c^t(0, 0) + c^t(0, 0))]\}, \quad (34)$$

$$O(t) = n^2 (r^t(0, 1) + c^t(1, 0)) \quad (35)$$

e

$$B(t) = n^2 \cdot \sum_{k=1}^b \pi^t(k) \cdot k.$$

$I(t)$, $O(t)$ e $B(t)$ são, respectivamente, o número de novos pacotes entrando na rede no segmento de tempo $(t, t+1)$, o número de pacotes deixando a rede no segmento de tempo $(t, t+1)$ e o número médio de pacotes nos buffers no instante t .

g	\bar{l}_p	\bar{l}_q	$\bar{\lambda}_p$	$\bar{\lambda}_q$	\bar{D}_p	\bar{D}_q
0,1	0,2859	0,3084	6,0339	6,3960	6,0657	6,2527
0,2	0,5525	0,8063	9,9104	12,7828	7,1354	9,7288
0,3	0,7171	0,9921	11,6723	14,2427	7,9189	40,7855
0,4	0,8129	0,9930	12,5043	14,2486	8,3189	45,8972
0,5	0,8462	0,9930	12,9642	14,2488	8,6152	47,5036
0,6	0,9128	0,9930	13,2465	14,2488	8,8208	48,2656
0,7	0,9417	0,9930	13,4352	14,2487	8,9716	48,7035
0,8	0,9633	0,9930	13,5705	14,2489	9,0862	48,9917
0,9	0,9801	0,9930	13,6727	14,2489	9,1755	49,1964

Tabela 1: Estatísticas de desempenho obtidas através do Modelo- p para uma MSN 8x8 sem buffers e através do Modelo- q para uma MSN 8x8 com buffers de tamanho 9.

4 Estatísticas de Desempenho

O desempenho de uma rede de comunicação em geral é avaliado através de algumas estatísticas, como utilização de enlace, vazão média e atraso médio. Nesta seção, deduziremos as expressões analíticas para estas estatísticas utilizando as distribuições estacionárias $r(i, j)$, $\bar{c}(i, j)$ e $\bar{\Pi}$, relativas ao novo modelo de MSN proposto, o Modelo- q .

Seja \bar{l}_q a utilização média de enlace, dada pela média aritmética entre as utilizações médias dos enlaces de linha e de coluna, ou seja,

$$\bar{l}_q = \frac{1 - \bar{r}(0, 0) + 1 - \bar{c}(0, 0)}{2} = 1 - \frac{\bar{r}(0, 0) + \bar{c}(0, 0)}{2}. \quad (36)$$

Seja \bar{N}_q o número médio de pacotes no sistema, a MSN com filas no estado estacionário. Então \bar{N}_q corresponde a soma do número de pacotes em transmissão nos enlaces com o número de pacotes nas filas, ou seja, \bar{N}_q é dado por

$$\bar{N}_q = 2 \cdot n^2 \cdot \bar{l}_q + \bar{B}(t) = n^2 \cdot \left[2 - \bar{r}(0, 0) - \bar{c}(0, 0) + \sum_{k=1}^b \bar{\pi}(k) \cdot k \right]. \quad (37)$$

Agora, seja $\bar{\lambda}_q$ denotando a vazão no estado estacionário, então $\bar{\lambda}_q$ é dado por

$$\bar{\lambda}_q = n^2 \cdot [\bar{r}(0, 1) + \bar{c}(1, 0)]. \quad (38)$$

Finalmente, pelo Teorema de Little [5], o atraso no estado estacionário é dado por

$$\bar{D}_q = \frac{\bar{N}_q}{\bar{\lambda}_q} = \frac{2 - \bar{r}(0, 0) - \bar{c}(0, 0) + \sum_{k=1}^b \bar{\pi}(k) \cdot k}{\bar{r}(0, 1) + \bar{c}(1, 0)}. \quad (39)$$

5 Resultados Experimentais e Conclusões

A tabela 1 sumariza séries de experimentos para uma MSN 8x8 operando sob a regra de resolução de conflito "random/deferring" e as condições de parada definidas na seção

g	\bar{l}_s	\bar{l}_q	ρ_l	$\bar{\lambda}_s$	$\bar{\lambda}_q$	ρ_λ	\bar{D}_s	\bar{D}_q	ρ_D
,1	,3144	,3086	,0184	6,4000	6,3991	,0001	6,3699	6,2522	,0185
,2	,8157	,8078	,0097	12,7780	12,7977	,0015	10,3394	9,7548	,0565
,3	,9928	,9930	,0002	14,1390	14,2489	,0078	452,5919	448,3235	,0094
,4	,9928	,9930	,0002	14,0310	14,2489	,0155	461,7298	454,5206	,0156
,5	,9930	,9930	,0000	14,1020	14,2489	,0104	461,0087	456,1931	,0104
,6	,9930	,9930	,0000	14,1890	14,2489	,0042	458,9567	456,9718	,0043
,7	,9930	,9930	,0000	14,0780	14,2489	,0121	463,0082	457,4235	,0121
,8	,9933	,9930	,0003	14,1280	14,2489	,0086	461,6471	457,7155	,0085
,9	,9932	,9930	,0002	14,0540	14,2489	,0139	464,2825	457,9191	,0137

Tabela 2: Estatísticas de desempenho obtidas resolvendo o Modelo- q e através de Simulações para uma MSN 8x8 com buffers de tamanho 100.

3. Os índices p e q denotam respectivamente Modelo- p e Modelo- q . Os valores para o Modelo- p foram extraídos de [1]. Inicialmente, assumimos o tamanho do buffer como sendo finito e igual a 9, isto é, o buffer em cada nó pode armazenar no máximo nove pacotes. Uma vez que o buffer esteja cheio, qualquer novo pacote gerado será perdido.

Como esperado, para uma dada taxa g de “nascimento” de novos pacotes a vazão média $\bar{\lambda}_q$ é maior que $\bar{\lambda}_p$. Também o atraso médio \bar{D}_q é consideravelmente maior que \bar{D}_p , pois \bar{D}_q agora inclui o atraso nas filas, o que não ocorria com \bar{D}_p . Portanto, é prematuro extrair conclusão sobre os dois sistemas baseado apenas nos atrasos.

A tabela 1 mostra que o incremento de g aproxima os dois modelos no que diz respeito a vazão e utilização de enlace, pois a capacidade da rede vai sendo alcançada, não podendo a mesma dar vazão a todos os pacotes armazenados nas filas. Em outras palavras, a taxa de saída de pacotes da fila torna-se menor que a taxa de geração de novos pacotes. Em consequência, o buffer permanece cheio a maior parte do tempo, ocasionando a perda de um número considerável de pacotes. No que diz respeito ao atraso, a diferença entre os dois modelos aumenta com o crescimento de g , dado que o número de pacotes nas filas torna-se cada vez maior, implicando em um atraso nas filas também cada vez maior.

Seja $\bar{\delta} = g \cdot \bar{Q}_0 \cdot \bar{\pi}(b)$ a probabilidade de um pacote ser rejeitado pelo buffer, no estado estacionário. Para $g = 0,1$, a probabilidade do buffer estar cheio é nula, resultando na não perda de pacotes. Observa-se ainda que para $g = 0,1$ o buffer permanece a maior parte do tempo vazio, o que explica a semelhança nos desempenhos dos dois modelos para essa taxa. Para $g = 0,2$, a probabilidade $\bar{\delta}$ de pacotes serem perdidos torna-se não nula, embora permanecendo bastante pequena ($\approx 3,0 \times 10^{-7}$). Para $g = 0,3$, um cálculo simples pode mostrar que a probabilidade do buffer estar cheio é $\bar{\pi}(9) = 0,3287$ e o atraso médio para pacotes transmitidos com sucesso experimenta um crescimento agudo, tornando-se 40,7855 segmentos de tempo. Com base nesse fato, fica evidenciado que a rede torna-se extremamente congestionada a partir de algum valor de g próximo a essa taxa, mais precisamente entre 0,2 e 0,3. Este congestionamento se deve ao fato da rede não possuir capacidade suficiente (máxima vazão tolerável) para absorver todo o tráfego oferecido ($n^2 \cdot g$). Consequentemente, a partir de $t = 0$ o número de pacotes no buffer

crece progressivamente até sua capacidade de armazenamento esgotar-se, permanecendo quase sempre assim no estado estacionário. Isso implica na perda de um grande número de pacotes. Portanto, os resultados experimentais na tabela 1 sugerem o uso de um buffer de tamanho maior.

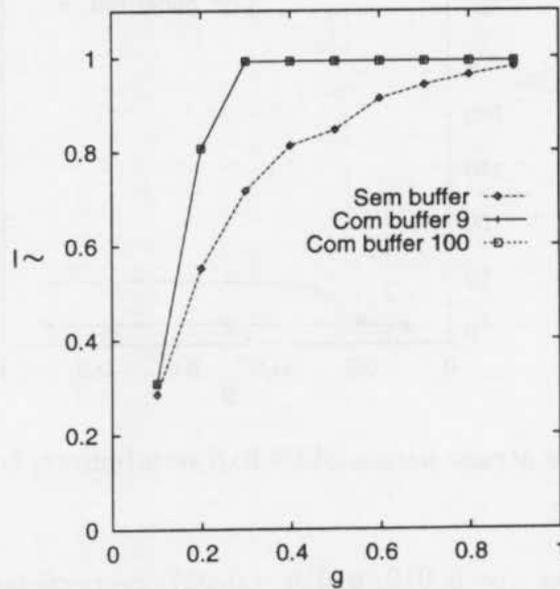


Figura 2: Comparação de utilização de enlace para a MSN 8x8 sem buffers, com buffer 9 e com buffers de tamanho 100.

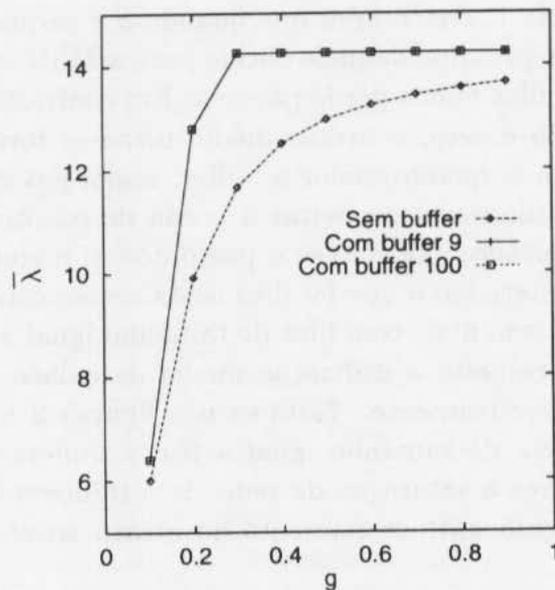


Figura 3: Comparação de vazão para a MSN 8x8 sem buffers, com buffer 9 e com buffers de tamanho 100.

A tabela 2 compara o desempenho de uma MSN 8x8 obtido resolvendo o Modelo- q àquele obtido através de simulações, utilizando um buffer de tamanho 100 e sob a regra de resolução de conflito "random/deferring". Aqui $\rho_b = \rho_b(s, q) = |b_s - b_q|/b_s$ é a diferença relativa entre as medidas. Os índices s e q denotam simulação e Modelo- q , respectivamente. O erro relativo para a utilização média de enlace, a vazão média e o

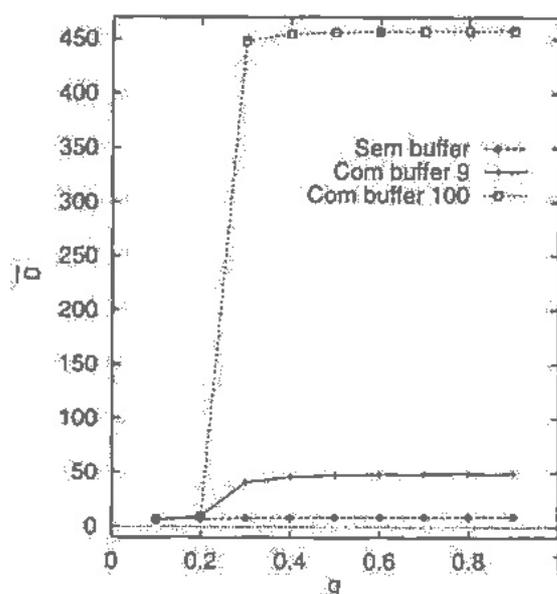


Figura 4: Comparação de atraso para a MSN 8x8 sem buffers, com buffer 9 e com buffers de tamanho 100.

atraso médio são menores que 0,019, 0,016 e 0,057, respectivamente. Os resultados na tabela 2 validam o nosso Modelo de Nó Único com Fila para a MSN.

Comparando as tabelas 1 e 2, notamos uma diferença muito pequena na utilização média de enlace, vazão média e atraso médio para as duas MSNs 8x8 com tamanhos de buffer diferentes, se g for pequeno suficiente de forma a não haver perda de pacotes. Adicionalmente, da tabela 1, concluímos que quando g é pequeno o atraso médio para a MSN com buffers é muito próximo daquele obtido para a MSN sem buffers. E o que é mais importante, a MSN com filas nunca perde pacotes. Em contraste, quando a probabilidade do buffer estar cheio não é zero, o atraso médio torna-se fortemente influenciado pelo tamanho dos buffers, isto é, quanto maior o buffer, maior é o atraso médio. Assim, para um g grande, a fim de minimizar ou evitar a perda de pacotes, um buffer de tamanho considerável deveria ser usado, pagando-se o preço de um maior atraso médio.

As figuras 2, 3 e 4 sintetizam o que foi dito nesta seção, comparando os desempenhos obtidos para a MSN 8x8 sem filas, com filas de tamanho igual a 9 e com filas de tamanho igual a 100, no que diz respeito a utilização média de enlace, vazão e atraso médio no estado estacionário, respectivamente. Nota-se nas figuras 2 e 3 uma superposição das curvas referentes a buffers de tamanho igual a 9 e a buffers de tamanho igual a 100, evidenciando mais uma vez a saturação da rede. Isso também fica comprovado na figura 4, onde se observa o significativo crescimento do atraso ao se aumentar o tamanho do buffer de 9 para 100.

É preciso portanto encontrar um ponto ótimo, no qual se tenha um tamanho de buffer que satisfaça as especificações de desempenho de máxima vazão com mínima probabilidade de perda de pacotes possível e um atraso médio tolerável. Essas especificações variam com os tipos de serviços que estiverem fazendo uso da rede. Por exemplo, transferências de dados não são tolerantes a perdas de pacotes, pois isso representaria a perda de informações importantes, porém são tolerantes a um certo atraso médio; por outro lado transmissões de vídeo de alta definição não toleram atraso, mas são tolerantes a alguma probabilidade de perda de pacotes.

Referências

- [1] A. G. Greenberg and J. Goodman, "Sharp Approximate Models of Adaptive Routing in Mesh Networks", *Teletraffic Anal. Computer Performance Evaluation*, Elsevier Science - (North Holland), pp 255-269, 1986.
- [2] N. F. Maxemchuk, "Regular Mesh Topologies in Local and Metropolitan Area Networks", *AT&T Tech. J.*, vol. 64, pp 1659-1686, Sept. 1985.
- [3] N. F. Maxemchuk, "Routing in the Manhattan Street Network", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. COM.-35, No. 5, pp. 503-514, May 1987.
- [4] T. G. Robertazzi, "Toroidal Networks", *IEEE Communication Magazine*, Vol. 26, No. 6, pp. 45-50, June 1988.
- [5] R. B. Cooper, *Introduction to Queueing Theory*, Second ed. (North Holland, New York), 1981.
- [6] Luan L. Lee and A. A. Moraes, "The Packet Loss Analysis in Mesh Networks", *Globe-com '95 (submitted)*.
- [7] A. A. Moraes, *Análise e Otimização de Desempenho da Manhattan Street Network*, Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 1995.