

ANÁLISE DE DESEMPENHO DE UM MULTIPLEXADOR DE CÉLULAS COM DESCARTE DE BITS

*Marta Barría** *Reinaldo Vallejos†* *Luiz Fernando G. Soares*

Departamento de Informática
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro

E-mail: {marta, vallejos, lfgs}@inf.puc-rio.br

Resumo

Este artigo apresenta uma análise do desempenho de um multiplexador de células operando com descarte de bits, na transmissão de sinais de voz. Além de ampliar algumas medidas de valor médio obtidas em outros estudos, no sentido de torná-las válidas para qualquer instante de tempo, o artigo apresenta um método mais eficiente para a obtenção dos resultados da avaliação e, principalmente, apresenta um método para avaliação de novas medidas. Como exemplo de utilização desse método, a função de distribuição do tempo de retardo das células no multiplexador é obtida. Essa medida de avaliação extremamente complexa, é muito importante para a determinação dos parâmetros do multiplexador, dos mecanismos de controle de tráfego e congestionamento e dos mecanismos de compensação da variação estatística do retardo, que não podem ser determinados apenas pela avaliação do tempo médio.

Abstract

This paper presents a performance evaluation of a cell multiplexer with bit-dropping discarding algorithm for voice signal transmission. Some measures, already evaluated in related works for embedded points of time, are extended to be valid for all points of time. Additionally, for some measures, we propose a method of evaluation that has less computational complexity than that found in those works. The distribution of the packet time residence, not evaluated before in the literature due some technical difficulties, is another contribution presented in the paper. This measure is very important to determine the parameters of the multiplexer, as well as to define the congestion control and traffic control mechanisms, and also to define the mechanism for compensation of delay variance, that can not be determined only by the mean value measures.

*Aluna de doutorado

†Professor em licença da Universidade Técnica Federico Santa María, Chile

1 Introdução

Um grande esforço vem sendo realizado, nos últimos anos, no desenvolvimento de redes de computadores que permitam a transmissão simultânea de voz, imagem, vídeo e dados textuais. Paralelo a este esforço, há um interesse crescente no desenvolvimento de modelos que permitam a avaliação de desempenho dessas redes com serviços integrados, uma vez que, diferente das redes de dados textuais, existem muitos fenômenos que nelas acontecem que ainda não são compreendidos, e outros que não são compreendidos com a devida profundidade. Em particular, esta é a situação atual da transmissão de voz [7], tema deste artigo.

Os sinais de voz são tipicamente compostos por rajadas de informações (surto de voz) intercalados por períodos de silêncio [3], como mostra a figura 1. Durante as rajadas, a voz é amostrada a uma taxa constante, sendo o número de amostras por surto variável, uma vez que a duração da rajada é variável.

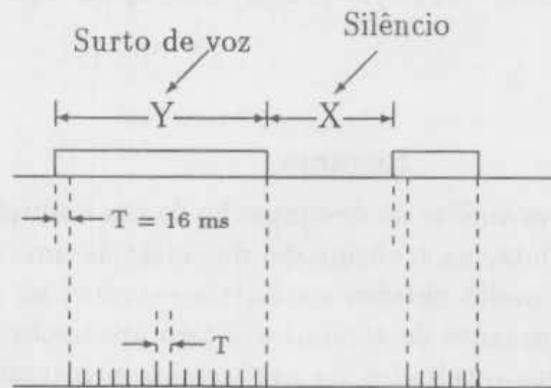


Figura 1: Caracterização da Voz

Para a transmissão de voz pela rede, na origem é montado um pacote composto por um cabeçalho e um certo número de amostras, que se constituirá na unidade de transmissão. Com o objetivo de aproveitar ao máximo a banda passante do canal, nenhuma informação é transmitida nos períodos de silêncio. Caberá ao receptor a restauração desses períodos, baseado na taxa de chegada de pacotes. É importante se notar, que a estratégia utilizada transforma a geração de pacotes na fonte em um processo assíncrono.

Aplicações em banda larga, normalmente aplicações com tráfego multimídia, exigem canais com grande largura de banda. As redes de serviços integrados vêm sendo desenvolvidas de forma a atender tal demanda. Para o uso eficiente dos canais dessas redes várias fontes de informação são multiplexadas no tempo, conforme mostra a figura 2. Se pensarmos em termos apenas de pacotes de voz, isto quer dizer que o processo de chegada de pacotes ao multiplexador corresponde à superposição dos pacotes gerados por todas as fontes. Como a geração de cada fonte de voz é assíncrona, a chegada dos pacotes ao multiplexador também é assíncrona, devendo o mesmo acomodar tal tipo de tráfego através do armazenamento temporário dos pacotes, antes de sua transmissão multiplexada.

Um aspecto fundamental na transmissão de pacotes de voz em uma conversação é o retardo de transferência. Este retardo deve ser menor que uns poucos milisegundos (40 ms para distâncias continentais, segundo o padrão de telefonia), para não haver perda da

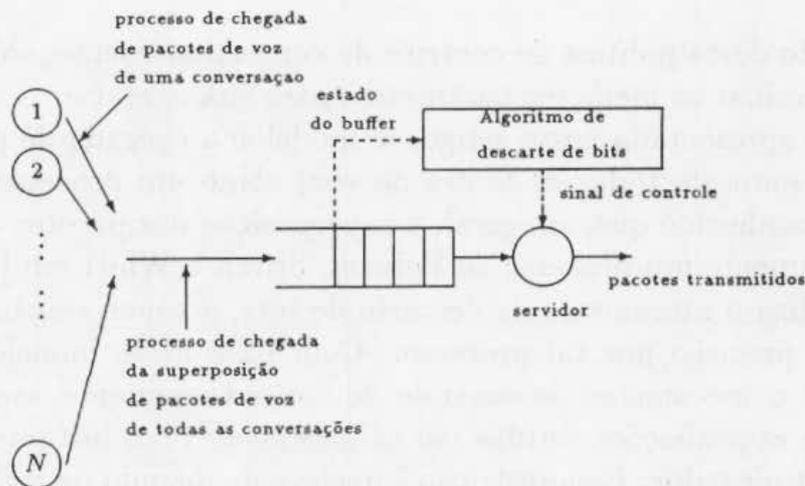


Figura 2: Multiplexador

interatividade em uma conversação. Por este motivo, não é possível aumentar a capacidade de armazenamento do multiplexador além de um certo limite, pois o tempo na fila de transmissão poderia exceder o limite do retardo para cumprir a restrição de interatividade.

Como a chegada dos pacotes ao multiplexador é assíncrona e sua memória é limitada, pode ocorrer eventualmente situações de congestionamento, quando várias fontes de voz coincidem no envio de pacotes, com a velocidade de chegada maior do que a velocidade de saída do multiplexador. Nesses casos, o número de pacotes na memória do multiplexador aumenta progressivamente, situação que pode deteriorar a qualidade do serviço oferecido pela rede, uma vez que aumenta os retardos de transferência e pode até provocar a perda de informação por falta de memória para armazenamento.

Várias proposições para contornar as situações de congestionamento têm aparecido na literatura. Devido a complexidade do tratamento, as proposições se limitam ao caso da transmissão de apenas pacotes de voz, sendo muito poucos os trabalhos que contemplam várias classes de tráfego, assim mesmo em uma análise ainda pouco profunda. Uma das proposições para tráfego apenas de voz, usada na rede IACS da AT&T [9], consiste em descartar os bits menos significativos das amostras de voz, quando o tamanho da fila do multiplexador (isto é, o número de pacotes a ser transmitido) excede um certo limite predefinido [10]. Este esquema de controle de congestionamento, conhecido como *descarte de bits* (*bit dropping*), tem como objetivo acelerar a transmissão de pacotes de voz (através do descarte) quando o multiplexador entra em congestionamento.

O descarte de bits de sinal de voz é factível devido a grande redundância de informação contida nesses sinais. A perda até certo limite causa pouca degradação da qualidade do sinal [2], podendo ser até imperceptível. Com o algoritmo de descarte de bits, a perda se produz quando se transmite parcialmente um pacote de voz, devido ao descarte, e também quando há a perda total de um pacote, no caso da chegada de um pacote encontrar a memória do multiplexador cheia. A idéia intuitiva explorada pelo mecanismo (justificada empiricamente por medidas da qualidade subjetiva da voz) é que é preferível perder os bits menos significativos de algumas amostras, do que perder amostras completas. Pelo algoritmo, ao se descartar bits à medida que o tamanho da memória ultrapassa certo limite, diminui a probabilidade de que a memória estoure e, em consequência, se percam pacotes completos. O êxito de tal política, obviamente, dependerá da escolha correta dos parâmetros de controle. Por este motivo, o objetivo deste trabalho é estudar o

comportamento desta política de controle de congestionamento, sob diferentes condições, a fim de determinar os melhores parâmetros para sua operação.

Na análise apresentada neste artigo, se modelou a chegada de pacotes de voz ao multiplexador (a soma de todas as fontes de voz) como um processo de Poisson. Embora seja bastante conhecido que, em geral, a superposição dos pacotes de várias fontes de voz não seja exatamente um processo de Poisson, Sriram e Whitt em [11] demonstraram que quando se utiliza o mecanismo de descarte de bits, a superposição pode ser aproximada com bastante precisão por tal processo. Com base neste modelo, Sriram e Lucantoni [10] avaliaram o mecanismo de controle de congestionamento usado na rede IACS. No entanto, todas as avaliações obtidas são válidas apenas nos instantes de saída dos pacotes de voz do multiplexador. Essa restrição é irrelevante quando da avaliação da utilização da memória do multiplexador, contudo no caso da avaliação do retardo sofrido pelos pacotes no multiplexador, considerar que seus instantes de chegada só ocorram nos instantes de saída de outros pacotes, pode corresponder a uma aproximação que, no mínimo, deve ser olhada com bastante cuidado.

Para conhecer com maior profundidade os fenômenos que acontecem em um multiplexador operando com o mecanismo de descarte de bits, um conjunto de medidas de desempenho foi avaliado e seus resultados apresentados neste trabalho. Este artigo amplia algumas das medidas obtidas em [10], no sentido de torná-las válidas para qualquer instante de tempo, obtendo também um método mais eficiente para obter os resultados da avaliação. O artigo apresenta também a avaliação de novas medidas, entre elas a função de distribuição do tempo de retardo dos pacotes no multiplexador. Essa medida, de avaliação extremamente complexa, é muito importante para a determinação dos parâmetros do multiplexador e para a definição de mecanismos de controle de tráfego e congestionamento e mecanismos de compensação da variação estatística do retardo, que não podem ser determinados apenas pela avaliação do tempo médio. Todas as avaliações realizadas permitirão entender com bastante detalhe o mecanismo de controle de congestionamento estudado.

Terminando esta introdução, gostaríamos de observar que, apesar da análise apresentada se basear na rede IACS da AT&T, com o intuito de comparação e validação de resultados obtidos para essa rede, que estão servindo de base para vários algoritmos de controle de congestionamento descritos nas literaturas, todos os resultados obtidos neste artigo podem ser facilmente estendidos para um comutador ATM. Os resultados para um multiplexador ATM são objeto da referência [1].

O restante deste artigo está estruturado da seguinte forma. Na seção 2, o mecanismo de controle de congestionamento usado no multiplexador é descrito, mais detalhadamente. As várias medidas de desempenho são avaliadas na seção 3, apresentando a seção seguinte alguns exemplos numéricos. A seção 5 é reservada às conclusões.

2 Descrição do Multiplexador

A seguir, é dada uma descrição resumida sobre a forma como os pacotes de voz são montados nas fontes e o algoritmo de descarte de bits utilizado na rede IACS da AT&T. Para maiores detalhes deve-se reportar à referência [10].

Como mostra a figura 3, no processo de empacotamento da voz, cada fonte é amostrada (como mencionado anteriormente somente durante o surto de voz) a uma taxa de 8 KHz, sendo cada amostra codificada segundo o algoritmo ADPCM, com 4 bits por amostra. Na rede IACS, cada pacote de voz (a rede IACS chama de pacote e não célula de voz),

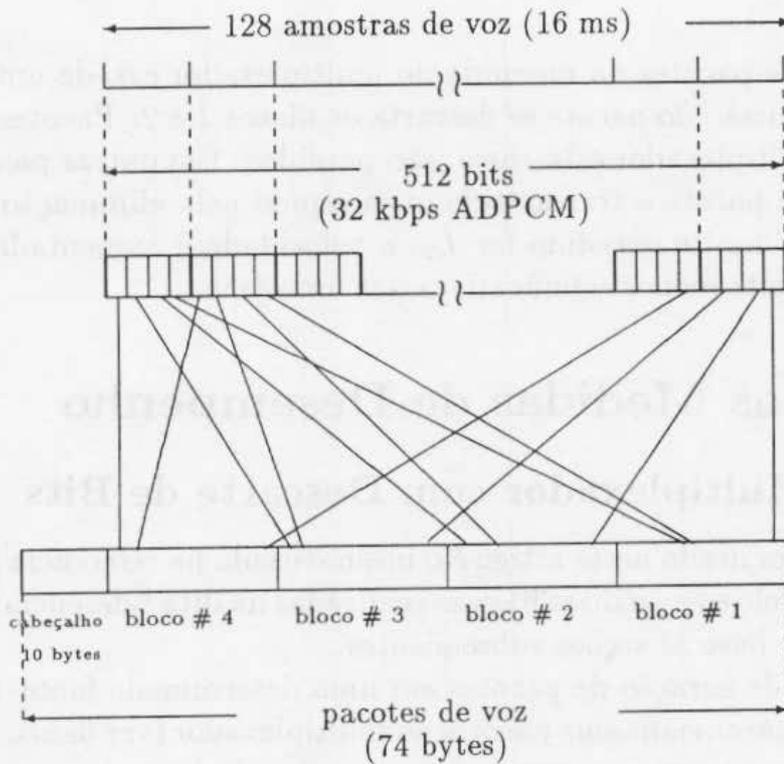


Figura 3: Estrutura de um pacote de voz

é composto por um cabeçalho e 128 amostras, coletadas em um período de 16 ms. As 128 amostras são organizadas em quatro blocos. Cada bloco contém um bit de cada uma das 128 amostras. Os bits menos significativos das 128 amostras são colocados no bloco 1, e os mais significativos no bloco 4. Os blocos 3 e 2 contêm os segundos e terceiros bits mais significativos, respectivamente. O cabeçalho do pacote tem 10 bytes e carrega informação de controle. Por esta descrição, cada pacote vai conter 74 bytes, com cada bloco ocupando 16 bytes. A figura 4 apresenta o algoritmo de descarte de bits utilizado no multiplexador da rede IACS, o tamanho do pacote transmitido em cada caso e o tempo de serviço correspondente para um sinal de 1,536 Mbps (canal T_1).

Estado de congestionamento e_j	Ação de controle de congestionamento	Tamanho do pacote transmitido (bytes)	Tempo de transmissão em um canal T_1 (ms)
$0 \leq j \leq L_1$	não há descarte	74	0.385
$L_1 < j \leq L_2$	descarta bloco # 1	58	0.302
$L_2 < j \leq K-1$	descarta blocos # 1 e # 2	42	0.219

Figura 4: Descrição do algoritmo de descarte de bits

Seja e_j o estado do multiplexador em um determinado instante, onde j corresponde ao número de pacotes armazenados em sua memória (incluindo o pacote que está sendo transmitido). Seja K o número máximo de pacotes que podem ser armazenados. O esquema de descarte de bits opera, então, da seguinte forma. Se no início da transmissão de um pacote, o número de pacotes na memória do multiplexador excede um certo limite L_1 predefinido, na transmissão do pacote se descarta o bloco menos significativo, isto é,

o bloco 1. Se o número de pacotes na memória do multiplexador excede um certo limite L_2 predefinido, na transmissão do pacote se descarta os blocos 1 e 2. Pacotes que chegam quando a memória do multiplexador está cheia, são perdidos. Em outras palavras, caso o limite L_1 seja excedido, o pacote é transmitido mais rápido pela eliminação de seus bits menos significativos; se o limite excedido for L_2 , a velocidade é aumentada mais ainda pela eliminação dos dois bits menos significativos das amostras.

3 Avaliação das Medidas de Desempenho

3.1 Modelo do Multiplexador com Descarte de Bits

O modelo do multiplexador usado neste artigo é o mesmo usado na referência [10]. Repetimos nesta subseção o modelo e as análises básicas realizadas na dita referência, por questão de completude e para dar base às seções subseqüentes.

Seja λ_f a taxa média de geração de pacotes em uma determinada fonte f , e seja F o número de fontes de voz que enviam seus pacotes ao multiplexador (ver figura 2). Supondo que todas as fontes tenham as mesmas características e sejam independentes, a taxa média de chegada de pacotes ao multiplexador é dada por $\lambda = F \cdot \lambda_f$. A modelagem do processo de chegada de pacotes ao multiplexador será realizada como um processo de Poisson de parâmetro λ .

O tempo de serviço de um pacote, tal como ilustrado na figura 4, é determinístico, mas dependente da carga. Mais precisamente, considere os instantes de saída dos pacotes no multiplexador como pontos embutidos no tempo. Nesses pontos embutidos definamos o estado e_i como o número de pacotes armazenados no multiplexador (note que $0 \leq i < K$). Seja c_i (ciclo do tipo i) o intervalo de tempo compreendido entre um ponto embutido em que o estado do multiplexador é e_i e o ponto embutido seguinte. Seja s_i o tempo necessário para transmitir um pacote em um ciclo c_i . Pela figura 4, s_i é dado por:

$$s_i = \begin{cases} D_4, & i = 0, 1, 2, \dots, L_1 \\ D_3, & i = L_1 + 1, \dots, L_2 \\ D_2, & i = L_2 + 1, \dots, K - 1 \end{cases} \quad (1)$$

com $D_4 = 0.385$ ms, $D_3 = \frac{58}{74}D_4$ e $D_2 = \frac{42}{74}D_4$.

Definamos a_k , b_k e c_k como as probabilidades de chegada de k pacotes de voz ao multiplexador, nos intervalos D_4 , D_3 e D_2 , respectivamente. Por ser o processo de chegada de Poisson, tem-se:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{e^{-\lambda D_4} (\lambda D_4)^k}{k!}, & k \geq 0 \\ b_k &= \frac{e^{-\lambda D_3} (\lambda D_3)^k}{k!}, & k \geq 0 \\ c_k &= \frac{e^{-\lambda D_2} (\lambda D_2)^k}{k!}, & k \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Seja χ_n a cadeia de Markov de parâmetro discreto definida nos pontos embutidos, cujo estado corresponde ao número de pacotes armazenados no multiplexador. Seja \mathbf{P} a matriz de probabilidades de transição entre estados de χ_n . É fácil demonstrar que \mathbf{P} é dada por:

Analogamente, equações recorrentes para o cálculo de X_{i+1} , $2 \leq i+1 \leq K-1$, podem ser obtidas usando as equações de balanceamento global para os estados e_i , $1 \leq i \leq K-2$, resultando então:

$$X_{i+1} = \frac{1}{a_0} \left\{ X_i(1 - a_1) - X_0 a_i - \sum_{k=1}^{i-1} X_k a_{i-k+1} \right\} \quad (5)$$

$$X_{L_1+1} = \frac{1}{b_0} \left\{ X_{L_1}(1 - a_1) - X_0 a_{L_1} - \sum_{k=1}^{L_1-1} X_k a_{L_1-k+1} \right\} \quad (6)$$

$$X_{i+1} = \frac{1}{b_0} \left\{ X_i(1 - b_1) - X_0 a_i - \sum_{k=1}^{L_1} X_k a_{i-k+1} - \sum_{k=L_1+1}^{i-1} X_k b_{i-k+1} \right\} \quad (7)$$

$$X_{L_2+1} = \frac{1}{c_0} \left\{ X_{L_2}(1 - b_1) - X_0 a_{L_2} - \sum_{k=1}^{L_1} X_k a_{L_2-k+1} - \sum_{k=L_1+1}^{L_2-1} X_k b_{L_2-k+1} \right\} \quad (8)$$

$$X_{i+1} = \frac{1}{c_0} \left\{ X_i(1 - c_1) - X_0 a_i - \sum_{k=1}^{L_1} X_k a_{i-k+1} - \sum_{k=L_1+1}^{L_2} X_k b_{i-k+1} - \sum_{k=L_2+1}^{i-1} X_k c_{i-k+1} \right\} \quad (9)$$

Seja, agora, $S = \sum_{i=0}^{K-1} X_i$. Pode-se provar facilmente que:

$$\pi_i = \frac{X_i}{S}; \quad 0 \leq i \leq K \quad (10)$$

Assim, o conjunto de equações (3) a (9), permite avaliar π de modo mais eficiente que o procedimento usual (resolução da equação $\pi = \pi P$).

3.3 Número Médio de Pacotes de Voz no Multiplexador

Seja N o número médio de pacotes de voz no multiplexador, N_i o número médio de pacotes no multiplexador durante um ciclo c_i e ω_i a probabilidade de estarmos em um ciclo c_i , quando em estado estacionário. É fácil verificar que:

$$N = \sum_{i=0}^{K-1} \omega_i N_i \quad (11)$$

Pela teoria da renovação temos que:

$$\omega_i = \frac{\pi_i B_i}{\sum_{j=0}^{K-1} \pi_j B_j} \quad (12)$$

onde B_i é a duração média do ciclo c_i .

Para o cálculo de B_i devemos distinguir dois casos. O primeiro corresponde a B_0 , quando não existem pacotes no começo do ciclo. Nesse caso, B_0 tem uma duração igual ao tempo médio de chegada de um pacote no multiplexador, mais o tempo de serviço do

primeiro pacote, isto é, $B_0 = \frac{1}{\lambda} + D_4$. No segundo caso, o multiplexador se encontra em algum estado $i > 0$, no início do ciclo c_i . Nesse caso B_i depende do tempo de serviço do pacote, como dado em (1). Resumindo, ambos os casos temos:

$$B_i = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} + D_4; & i = 0 \\ D_4; & 1 \leq i \leq L_1 \\ D_3; & L_1 < i \leq L_2 \\ D_2; & L_2 < i < K \end{cases} \quad (13)$$

O cálculo de N_i requer um desenvolvimento mais elaborado. Para tanto, atribuímos ao multiplexador uma velocidade de recompensa igual a k , quando este se encontra no estado e_k . A idéia básica é que o multiplexador ganhe uma recompensa, a uma velocidade unitária, para cada um dos seus pacotes. Em outras palavras, quando o multiplexador tiver k pacotes armazenados, incluindo aquele em transmissão, a cada unidade de tempo que passar neste estado, ganhará uma recompensa igual a k . É importante assinalar que cada unidade de velocidade de recompensa atribuída ao multiplexador se deve a cada um dos pacotes nele armazenados, o que permitirá avaliar a recompensa total ganha pelo multiplexador, somando-se as contribuições dadas pelos seus pacotes.

Com a atribuição de recompensas assinalada, N_i pode ser obtido dividindo-se a recompensa média ganha durante um ciclo c_i pelo tamanho médio desse ciclo. Mais precisamente, se R_i for definida como a recompensa média acumulada pelo multiplexador em um ciclo c_i , e se B_i corresponder à duração média desse ciclo, então:

$$N_i = \frac{R_i}{B_i}; \quad 0 \leq i < K \quad (14)$$

Para calcular R_i , vamos condicioná-lo ao número de chegadas enquanto se transmite um pacote no ciclo c_i , definindo $R_{i|j}$ como a recompensa média acumulada no intervalo sob análise, no caso em que chegam j pacotes. Assim temos:

$$R_i = \sum_{j=0}^{K-i-1} Z_i(j) R_{i|j} + \sum_{j=K-i}^{\infty} Z_i(j) R_{i|j} \quad (15)$$

onde $Z_i(j)$ corresponde à probabilidade que cheguem j pacotes enquanto é transmitido um pacote no ciclo c_i .

No primeiro somatório de (15) estão agrupados os casos em que a chegada do j pacotes não é suficiente para esgotar a capacidade de armazenamento do multiplexador. No segundo somatório estão agrupados todos os valores de j para os quais o multiplexador esgota sua capacidade durante c_i . Esta separação dos valores de j vai permitir o cálculo de $R_{i|j}$ em cada somatório de um modo bem simples, como veremos mais adiante.

Usando o fato que o processo de chegadas tem distribuição de Poisson com parâmetro λ , (15) pode ser rescrita como:

$$R_i = \sum_{j=0}^{K-i-1} e^{-\lambda s_i} \frac{[\lambda s_i]^j}{j!} R_{i|j} + \sum_{j=K-i}^{\infty} e^{-\lambda s_i} \frac{[\lambda s_i]^j}{j!} R_{i|j} \quad (16)$$

onde s_i é dado por (1).

Para calcular $R_{i|j}$ no primeiro somatório, mostramos na figura 5 que a recompensa total acumulada em c_i tem dois componentes: um devido ao número de pacotes no multiplexador no começo do ciclo e outro dependente do número de pacotes que entram no multiplexador durante s_i .

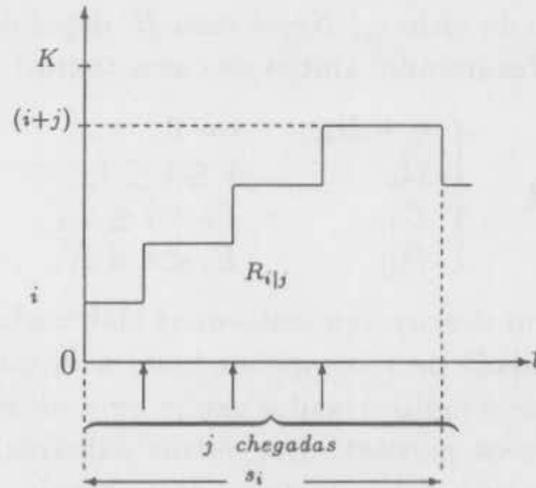


Figura 5: Recompensa acumulada em c_i ($i > 0$) quando a memória do multiplexador não está cheia

Para $i > 0$, a recompensa total acumulada no ciclo devido aos pacotes que estão desde seu início no multiplexador é, simplesmente, is_i , isto é, o número desses pacotes vezes o tamanho do intervalo.

Para calcular a recompensa ganha durante o ciclo pelos pacotes que chegam em s_i , recordamos que seus instantes de chegada têm uma distribuição de Poisson. Para simplificar a análise matemática, podemos usar o teorema que estabelece que os instantes de chegada de j eventos, que têm uma distribuição de Poisson, em um intervalo s_i , têm a mesma distribuição conjunta que a estatística de ordem de j eventos independentes, uniformemente distribuídos no mesmo intervalo [5]. Usando este resultado, temos que a recompensa ganha durante o ciclo pelos j pacotes que chegam em s_i , corresponde à soma do tempo médio de permanência no ciclo de cada um dos j pacotes, ou seja, a metade do intervalo. Somando a recompensa média acumulada pelos pacotes que estavam desde o começo do ciclo com a recompensa acumulada pelos pacotes que chegam durante s_i , temos:

$$R_{i|j} = is_i + j \frac{s_i}{2}; \quad 0 < i, (i+j) < K \quad (17)$$

Para calcular $R_{i|j}$, do segundo somatório de (16), com $i > 0$, devemos notar que os pacotes que chegarem no ciclo c_i depois que a memória do multiplexador estiver cheia, se perderão. Assim, para analisar esse caso, definimos a variável aleatória τ como o tempo decorrido desde o instante em que se começa a transmitir o pacote em c_i , até o instante em que o multiplexador esgota sua capacidade de armazenamento, como mostra a figura 6. Nessa figura definimos $A'_{i|j}$, como a recompensa total ganha pelo multiplexador no intervalo $[0, \tau)$ do ciclo c_i , e $A''_{i|j}$ como sendo a recompensa ganha pelo multiplexador no intervalo $[\tau, s_i]$ do mesmo ciclo, dado que chegam j pacotes em $[0, s_i]$, e que $i+j \geq K$. A partir dessas definições podemos afirmar que a recompensa total acumulada pelo sistema durante o ciclo s_i é dada por:

$$R_{i|j} = A'_{i|j} + A''_{i|j}, \quad i > 0, i+j \geq K \quad (18)$$

Para calcular $A'_{i|j}$, procedemos de forma análoga ao caso em que a memória não satura,

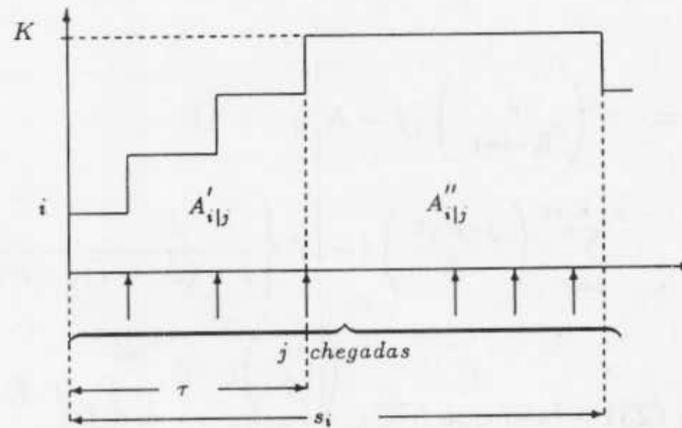


Figura 6: Recompensa acumulada em c_i ($i > 0$) quando a memória do multiplexador está cheia

como mostrado na figura 5. A diferença é que neste caso devemos substituir s_i em (17) por τ , uma vez que este é o tempo que a memória demora para encher. Portanto, notando que em $[0, \tau)$ chegam $K - i - 1$ pacotes, e modificando apropriadamente (17), temos que:

$$A'_{ij} = \frac{K - 1 + i}{2} \tau; \quad i > 0, \quad i + j \geq K \quad (19)$$

Por sua vez, A''_{ij} corresponde simplesmente à recompensa ganha pelo multiplexador no intervalo $[\tau, s_i]$, devido aos K pacotes que contém. Assim:

$$A''_{ij} = K (s_i - \tau); \quad i > 0, \quad i + j \geq K \quad (20)$$

Substituindo os resultados de (19) e (20) em (21), e descondicionando o valor de τ , temos que:

$$R_{ij} = \int_{\tau=0}^{s_i} \left\{ \frac{K - 1 + i}{2} \tau + K (s_i - \tau) \right\} \cdot f(\tau) d\tau \quad (21)$$

$i > 0, \quad i + j \geq K$

onde $f(\tau)$ corresponde à função densidade de probabilidade de τ .

Para calcular $f(\tau)$, podemos usar o fato que τ corresponde à $(K - i)$ -ésima estatística de ordem de j variáveis aleatórias independentes e uniformemente distribuídas no intervalo $[0, s_i]$ [5]. Portanto:

$$f(\tau) = \binom{j}{K-i-1} \left[\frac{\tau}{s_i} \right]^{K-i-1} (j - K + i + 1) \frac{1}{s_i} \left[\frac{s_i - \tau}{s_i} \right]^{j-K+i} \quad (22)$$

Substituindo (22) em (21), temos:

$$R_{ij} = s_i^{-j} (j - K + i + 1) \int_{\tau=0}^{s_i} \left\{ \frac{K-1+i}{2} \tau + K (s_i - \tau) \right\} \binom{j}{K-i-1} \tau^{K-i-1} (s_i - \tau)^{j-K+i} d\tau$$

$i > 0, \quad i + j \geq K$

Aplicando o teorema do binômio, trocando a ordem do somatório com a integral e simplificando a equação resultante, teremos:

$$R_{i|j} = s_i \binom{j}{K-i+1} (j - K + i + 1) \sum_{l=0}^{j-K+i} \binom{j-K+i}{l} (-1)^l \left\{ \frac{K}{l+(K-i)} - \frac{\frac{(K-i+1)}{2}}{l+(K-i+1)} \right\} \quad (23)$$

Usando agora em (23) o fato que $\sum_{l=0}^m \frac{\binom{m}{l} (-1)^l}{(l+L)} = \left\{ L \binom{L+m}{L} \right\}^{-1}$, temos que:

$$R_{i|j} = s_i \left(\frac{K-i}{j+1} \right) \cdot \left(\frac{K-1+i}{2} \right) + s_i \left(\frac{j-K+i+1}{j+1} \right) K \quad (24)$$

De (24) se deduz que o valor médio da base de $A'_{i|j}$ (ver figura 6) é dado por $s_i \frac{(K-i)}{(j+1)}$, e o valor médio da altura de $A'_{i|j}$ é dado por $\frac{K-1+i}{2}$, o que pode ser demonstrado rigorosamente. Da mesma forma, $s_i \left(\frac{j-K+i+1}{j+1} \right)$ corresponde ao tamanho médio da base de $A''_{i|j}$, sendo K a altura média de $A''_{i|j}$, evidentemente.

Podemos agora calcular R_i , $i > 0$, substituindo (17) e (24) em (16), quando então teremos:

$$R_i = \sum_{j=0}^{K-i-1} \left[i s_i + j \frac{s_i}{2} \right] e^{-\lambda s_i} \frac{[\lambda s_i]^j}{j!} + \sum_{j=K-i}^{\infty} s_i \left[\left(\frac{K-i}{j+1} \right) \left(\frac{(K-1+i)}{2} \right) + K \left(\frac{j-K+i+1}{j+1} \right) \right] e^{-\lambda s_i} \frac{[\lambda s_i]^j}{j!} \quad (25)$$

Para calcular R_0 devemos notar que em c_0 o multiplexador só começa a ganhar recompensa quando chega o primeiro pacote. A partir desse instante, o comportamento passa ser igual ao do início do ciclo que tem exatamente um pacote no multiplexador. Portanto, como $L_1 \geq 1$, $R_0 = R_1$. Assim, substituindo (14), (13), (25) e o valor de R_0 em (11), concluímos que:

$$N = \omega_0 \frac{D_4}{D_4 + \frac{1}{\lambda}} \left\{ \sum_{j=0}^{K-2} \left[1 + \frac{j}{2} \right] e^{-\lambda D_4} \frac{[\lambda D_4]^j}{j!} + \sum_{j=K-1}^{\infty} \left[\left(\frac{K-1}{j+1} \right) \frac{K}{2} + K \left(\frac{j-K+2}{j+1} \right) \right] e^{-\lambda D_4} \frac{[\lambda D_4]^j}{j!} \right\} + \sum_{i=1}^{K-1} \omega_i \left\{ \sum_{j=0}^{K-i-1} \left[i + \frac{j}{2} \right] e^{-\lambda s_i} \frac{[\lambda s_i]^j}{j!} + \sum_{j=K-i}^{\infty} \left[\left(\frac{K-i}{j+1} \right) \left(\frac{K-1+i}{2} \right) + K \left(\frac{j-K+i+1}{j+1} \right) \right] e^{-\lambda s_i} \frac{[\lambda s_i]^j}{j!} \right\} \quad (26)$$

3.4 Tempo Médio no Multiplexador

Dado que a memória do multiplexador é finita, nem todos os pacotes que chegam conseguem lugar na fila. Se focarmos nossa atenção ao fluxo de pacotes que saem do multiplexador, teremos que a vazão do sistema será dada por $\mu(1-p_0)$, onde p_0 é a probabilidade de que o multiplexador esteja vazio em um tempo qualquer.

Para calcularmos p_0 , devemos notar que os instantes em que o sistema se esvazia constituem pontos de renovação do seu comportamento estocástico. Partindo de um ponto de renovação, notamos que o sistema permanece algum tempo vazio, para depois, a partir do primeiro pacote que chega, passa a atender todos os pacotes que chegam, até se desocupar novamente. Definindo I como o valor médio do intervalo de tempo em que o sistema permanece vazio, e B o valor médio de um período de ocupação, da teoria da renovação, sabemos que $p_0 = I/(I+B)$. Como a chegada dos pacotes é dada por um processo de Poisson com taxa λ , temos que $I = 1/\lambda$. Por outro lado, também pela teoria da renovação, sabemos que $B = (1/\pi_0)(1/\mu)$, onde $1/\pi_0$ corresponde ao número médio de pacotes transmitidos em um período de ocupação, e $1/\mu$ corresponde ao tempo médio de transmissão de cada um dos pacotes. Por definição temos que $1/\mu = \sum_{i=0}^{K-1} \pi_i s_i$, ou seja:

$$\mu = \left[D_4 \sum_{i=0}^{L_1} \pi_i + D_3 \sum_{i=L_1+1}^{L_2} \pi_i + D_2 \sum_{i=L_2+1}^{K-1} \pi_i \right]^{-1} \quad (27)$$

Das observações anteriores tiramos que:

$$p_0 = \frac{\pi_0}{\pi_0 + \rho} \quad (28)$$

onde $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$.

Para calcular o tempo médio T de permanência dos pacotes no multiplexador, usamos a lei de Little, que nos dá:

$$T = \frac{N}{\mu(1-p_0)} \quad (29)$$

Substituindo (27) e (28) em (29) concluímos que o tempo médio de permanência dos pacotes no multiplexador será dado por:

$$T = \left(\frac{\pi_0 + \rho}{\rho} \right) N \left[D_4 \sum_{i=0}^{L_1} \pi_i + D_3 \sum_{i=L_1+1}^{L_2} \pi_i + D_2 \sum_{i=L_2+1}^{K-1} \pi_i \right] \quad (30)$$

3.5 Tempo Médio na Fila do Multiplexador

Fazendo W o tempo médio de permanência dos pacotes na fila do multiplexador, trivialmente temos:

$$W = T - \frac{1}{\mu} \quad (31)$$

Usando (27) e (30) em (31), obtemos:

$$W = \left[D_4 \sum_{i=0}^{Q_1} \pi_i + D_3 \sum_{i=Q_1+1}^{Q_2} \pi_i + D_2 \sum_{i=Q_2+1}^{K-1} \pi_i \right] \left(\frac{\pi_0 + \rho}{\rho} N - 1 \right) \quad (32)$$

3.6 Número Médio de Pacotes na Fila

Denominando L_q o número médio de pacotes na fila e aplicando a lei de Little, temos que: $L_q = \mu(1 - p_0)W$. Usando (26), (28) e (32), obtemos:

$$L_q = N - \frac{\rho}{\pi_0 + \rho} \quad (33)$$

3.7 Função de Distribuição do Tempo de Permanência no Multiplexador

Um dos problemas críticos na operação de redes de alta velocidade é assegurar o cumprimento de restrições de tempo real. Para tanto, não é suficiente avaliar o tempo médio de permanência no multiplexador; é necessário conhecermos a função de distribuição do tempo de permanência. No caso em que o multiplexador opera com a política de descarte de bits, a avaliação dessa distribuição é uma tarefa difícil, pois, como mencionado em [10], esse tempo depende não apenas dos pacotes que já estão no multiplexador, mas também dos pacotes que chegam depois do pacote cujo tempo de permanência se quer avaliar.

Para avaliar a distribuição do tempo de permanência dos pacotes no multiplexador, utilizaremos nesta seção um método oriundo da área de desempenhabilidade (*performability*) [6]. Para tanto, vamos definir a cadeia de Markov homogênea de tempo discreto \mathbf{R} da figura 7. Em \mathbf{R} , o estado (i, j) significa que, em um ponto embutido, o comprimento da fila é j e a posição do pacote, cujo tempo de permanência queremos avaliar, denominado *pacote marcado*, é i . As probabilidades de transição de \mathbf{R} são calculadas de forma análoga à realizada na seção 3.1, quando do cálculo das transições da matriz \mathbf{P} .

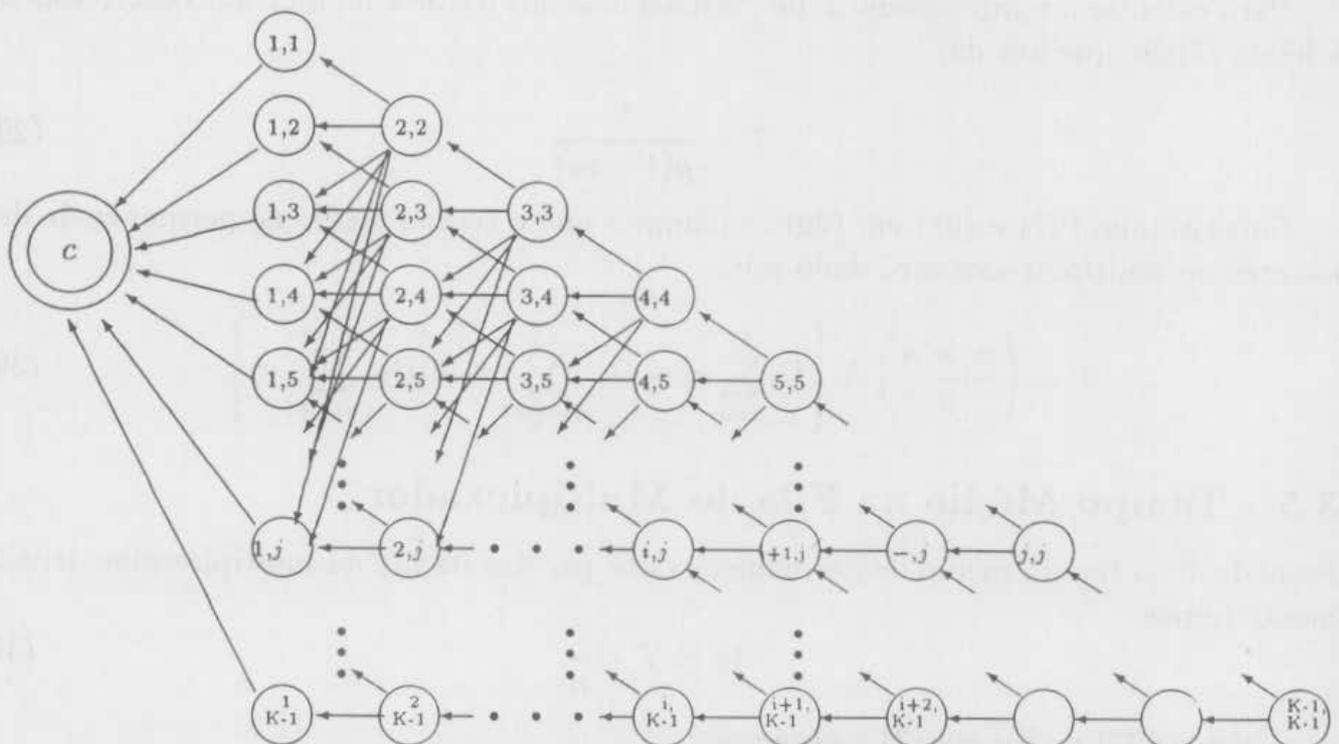


Figura 7: Cadeia de Markov para o tempo de permanência no multiplexador

Para modelar o tempo de permanência do *pacote marcado*, vamos a associar a cada transição entre estados uma recompensa específica, isto é, cada vez que uma determinada transição é realizada, o sistema recebe uma recompensa igual àquela a ela associada. A idéia básica é associar a cada transição de saída de um estado, o tempo que o sistema permanece nesse estado. Para que a recompensa ganha pelo sistema corresponda ao tempo de permanência do *pacote marcado*, o sistema começa a ganhar recompensa quando este pacote chega, e termina de ganhar quando o pacote é transmitido. Para modelar o fato que o pacote marcado já foi transmitido, usamos um estado absorvente, a partir do qual o sistema deixa de ganhar recompensas. Assim, avaliar a função de distribuição do tempo de permanência do *pacote marcado* equivale a avaliar a distribuição da recompensa ganha pelo multiplexador.

Mais precisamente, definimos a função η que associa recompensa às transições de saída do estado (i, j) , $1 \leq i \leq j < K$, como:

$$\eta(i, j) = \begin{cases} D_4, & j = 0, 1, 2, \dots, L_1 \\ D_3, & j = L_1 + 1, \dots, L_2 \\ D_2, & j = L_2 + 1, \dots, K - 1 \\ 0, & \text{para os demais casos} \end{cases} \quad (34)$$

Seja $RTAD_{f,g}(n)$ o total de recompensas ganha pelo sistema nas primeiras n transições da cadeia de Markov, sendo (f, g) o estado após as n transições. Devido ao fato que, no intervalo de observação, a cadeia de Markov pode se mover por diferentes caminhos, $RTAD_{f,g}(n)$ é uma variável aleatória. Usualmente, embora não necessariamente, definimos que $RTAD_{f,g}(0) = 0$.

Seja $G_{f,g}(n, r)$ a função distribuição de probabilidade de $RTAD_{f,g}(n)$, isto é:

$$G_{f,g}(n, r) = P[RTAD_{f,g}(n) \leq r] \quad (35)$$

Para calcular $G_{f,g}(n, r)$, podemos fazer uso do mesmo procedimento adotado em [4], onde um problema similar foi resolvido para cadeia de Markov de tempo contínuo. Assim, façamos $\mathcal{R}_{f,g}^n$ representar o conjunto de todas as recompensas que o sistema pode acumular, no caso em que o estado final da cadeia de Markov, depois de n transições, é (f, g) . Seja w um dos valores pertencentes a $\mathcal{R}_{f,g}^n$. Obviamente, o valor de w depende do caminho seguido pela cadeia de Markov, contudo, o mesmo valor de w pode corresponder a diferentes caminhos. Seja $r_{f,g}^n(r)$ o subconjunto de $\mathcal{R}_{f,g}^n$ contendo todas as recompensas $w \in \mathcal{R}_{f,g}^n$, tal que $w \leq r$. Temos então que:

$$G_{f,g}(n, r) = \sum_{w \in r_{f,g}^n(r)} P[RTAD_{f,g}(n) = w] \quad (36)$$

Seja $G(r)$ o tempo de distribuição de permanência, isto é:

$$G(r) = P[\xi \leq r] \quad (37)$$

onde ξ é o tempo de residência de um pacote no multiplexador.

Como o tempo de residência do pacote no multiplexador termina quando o sistema entra no estado absorvente c , e como o número máximo de transições que o *pacote marcado* pode sofrer até atingir o estado absorvente é $K - 1$, temos que:

$$G(r) = G_c(K - 1, r) \quad (38)$$

A probabilidade $P[RTAD_c(K-1) = w]$ na equação 35, com $(f, g) = c$ e $n = K-1$, pode ser calculada de forma recorrente, como a seguir:

$$P[RTAD_{i,j}(s) = p] = \sum_{(k,l)} c_{(k,l)(i,j)} P[RTAD_{k,l}(s-1) = p - \eta(k,l)] \quad (39)$$

Para $s = 0$, $\mathcal{R}_{i,j}^0 = \{0\}$, então:

$$P[RTAD_{i,j}(0) = p] = \alpha_{i,j}(0) I[p = 0] \quad (40)$$

onde $\alpha_{i,j}(0)$ é a probabilidade do sistema ir para o estado (i, j) com a chegada do *pacote marcado*, e $I[evento]$ é uma função que assume o valor 1 quando o evento for verdadeiro, e o valor 0 em caso contrário.

A avaliação exata de $\alpha_{i,j}(0)$ é um tanto difícil, especialmente devido a influência do tempo residual do pacote em serviço, quando da chegada do *pacote marcado* ao multiplexador.

Para o cálculo aproximado de $\alpha_{i,j}(0)$, devemos notar que, durante o serviço de um pacote, a probabilidade de chegada de apenas um pacote é maior que a probabilidade de chegada de dois ou mais pacotes, pois na operação normal do multiplexador o tempo de transmissão de um pacote é menor que o tempo entre chegadas de pacotes. Assim, assumindo que quando o *pacote marcado* chega, nenhum outro pacote chega no mesmo intervalo, nós temos:

$$\alpha_{i,j}(0) = \begin{cases} \pi_0 + \pi_1 & i = j = 1 \\ \pi_i & i = j > 1 \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (41)$$

(36) a (39) compõem uma solução eficiente para o cálculo de $G_c(K-1, r)$, ou seja, a distribuição do tempo de permanência dos pacotes no multiplexador. A referência [4] apresenta uma discussão sobre a complexidade computacional de tal cálculo.

4 Exemplos Numéricos

Nesta seção mostramos alguns exemplos numéricos usando os modelos e a resolução analítica apresentadas na seção anterior. Para todos os exemplos, estamos considerando a atividade de voz (percentagem de duração do surto de voz) igual a 35%.

Para o caso do sinal DS1 (1,536 Mbps), o tamanho dos pacotes e seus tempos de serviço são dados na tabela da figura 4. Os limites para descarte de bits são: $L_1 = 5ms$, $L_2 = 10ms$ e $K = 20ms$, que correspondem a 13, 26 e 52 pacotes, respectivamente.

Para o caso do sinal DS3 (39,744 Mbps), os limites definidos para o descarte de bits são os mesmos anteriores em milisegundos, correspondendo a 336, 672 e 1345 pacotes, respectivamente.

As figuras 8 e 9 apresentam o número de pacotes no sistema versus a carga. É interessante notar, pelas figuras, que a curva do multiplexador com descarte de bits funciona como uma interpolação entre as curvas sem descarte, a de tempo de serviço igual a D_3 e a de tempo de serviço igual a D_2 . Isto é, a curva sem descarte acompanha a curva com tempo de serviço igual a D_4 até que esta começa a saturar o *buffer*, quando então começa a se aproximar da curva do tempo de serviço igual a D_3 , para depois se aproximar da curva do tempo de serviço igual a D_2 .

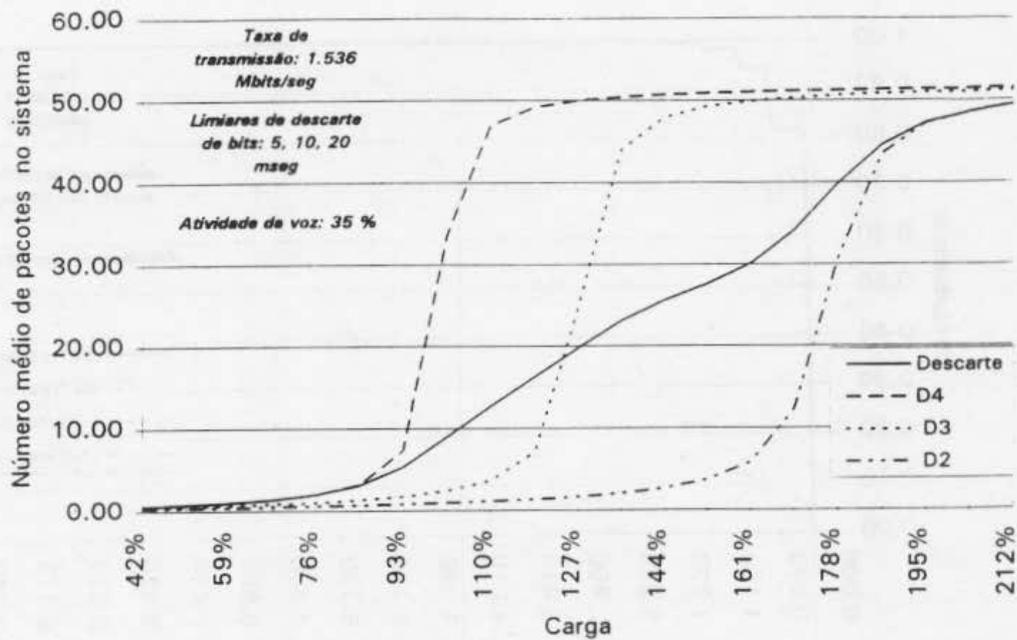


Figura 8: Número médio de pacotes no sistema. Taxa de transmissão 1.536 Mbits/seg

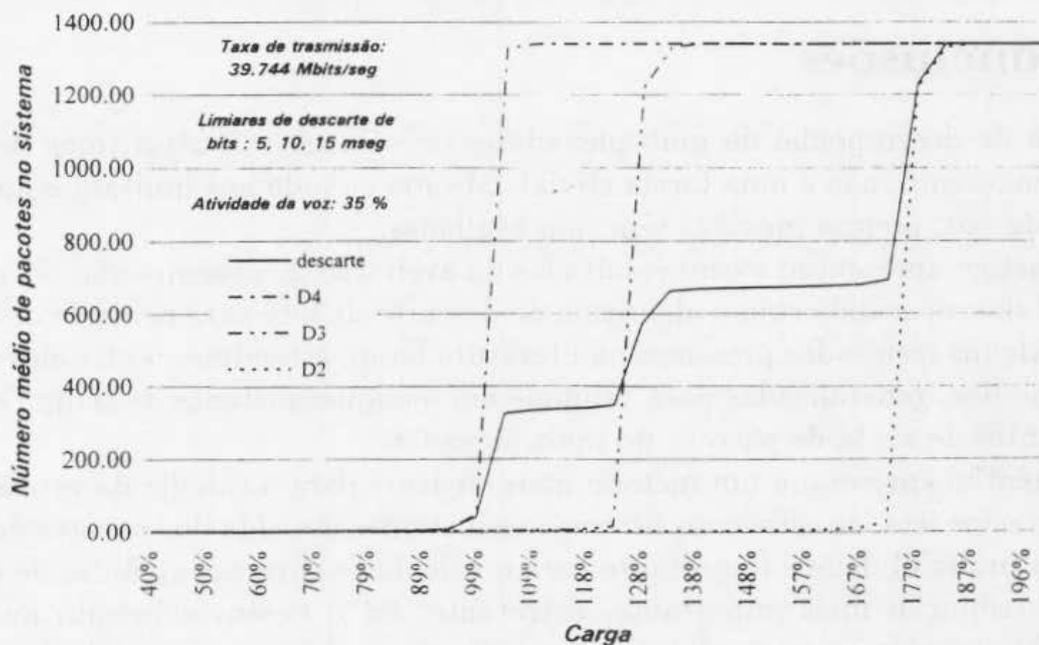


Figura 9: Número médio de pacotes no sistema. Taxa de transmissão 39.744 Mbits/seg

As figuras mostram que o efeito do descarte de bits começa a surtir efeito quando o número médio de pacotes é aproximadamente igual aos limiares. A escolha dos limiares de forma que a interpolação entre as curvas seja suave, ou seja, que se evite um aumento brusco no número médio de pacotes, é um fator chave.

Podemos observar que existe um compromisso entre os limiares, o número médio de pacotes e o número de bits descartados. Se o limiar diminui, o número médio de pacotes aumenta de forma mais suave, porém, o número de bits descartado aumenta. Claramente existe uma solução de compromisso. Um trabalho futuro seria encontrar um critério de compromisso entre os parâmetros.

Encerrando esta seção, a figura 10 mostra a função de distribuição de probabilidade do tempo de permanência no multiplexador, para o sinal DS1 (1,536 Mbps), com os mesmos limiares definidos para a figura 8.

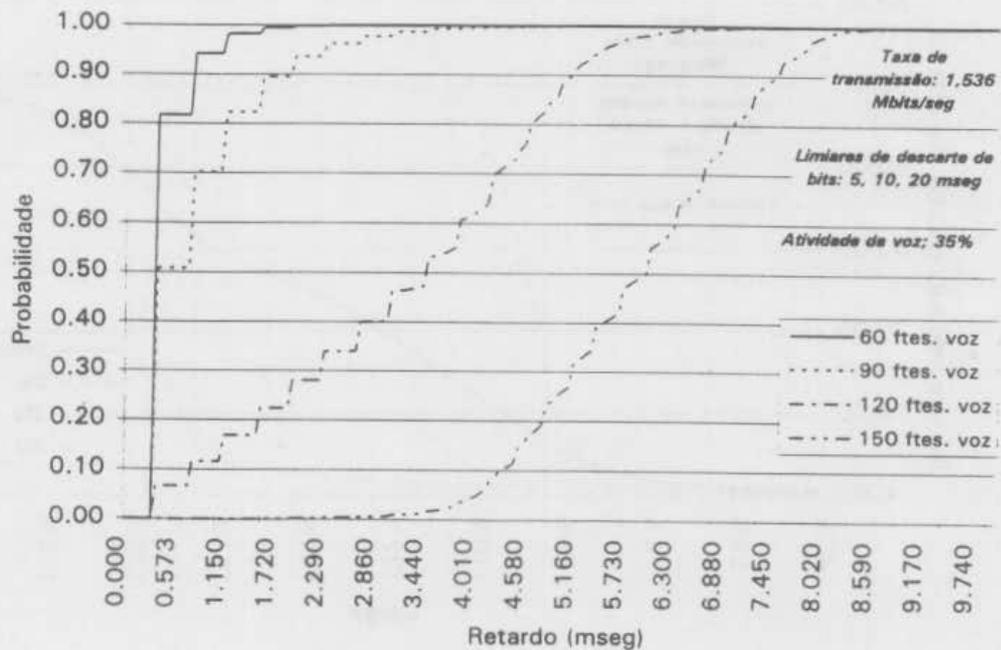


Figura 10: Função de distribuição do tempo de permanência no sistema

5 Conclusões

A análise de desempenho de multiplexadores de células, sob algoritmos de controle de congestionamento, não é uma tarefa trivial. Mesmo quando nos limitamos apenas ao caso do sinal de voz, poucas medidas têm sido avaliadas.

Este artigo apresentou vários resultados da avaliação do desempenho de multiplexadores de células, operando com o algoritmo de descarte de bits para controle de congestionamento. Alguns resultados presentes na literatura foram estendidos, entre eles avaliações de valores médios, generalizadas para validade em qualquer instante de tempo e não apenas nos instantes de saída de pacotes do multiplexador.

Também se apresentou um método mais eficiente para o cálculo da probabilidade, em estado estacionário, do estado do sistema nos instantes de saída dos pacotes do multiplexador. Essa probabilidade é importante para o cálculo de diversas medidas de desempenho.

A contribuição mais importante, entretanto, foi o desenvolvimento de um método para a obtenção de novas medidas, exemplificado no artigo com o cálculo da função de distribuição do tempo médio de permanência de um pacote no multiplexador, tarefa de fato bastante complexa, devido a que essa distribuição depende não apenas dos pacotes que já estavam no multiplexador no instante de chegada do pacote marcado, mas também daqueles que chegam durante o tempo de permanência deste *pacote marcado*.

Terminando este artigo, gostaríamos ainda de frisar que as técnicas aqui apresentadas podem ser facilmente estendidas a um multiplexador ATM, cuja análise é objeto do trabalho [1].

6 Agradecimentos

Agradecemos a Cristian Ramos e a Gustavo Welkner pela implementação dos algoritmos.

Bibliografia

- [1] M. Barría, R. Vallejos, and L. F. G. Soares. Voice transmission on a cell dropping ATM multiplexer. Technical report, Departamento de Informática, PUC-RJ, 1995. A ser publicado em fevereiro de 1995.
- [2] D.O. Bowker and C.A. Dvorak. Speech transmission quality of wideband packet technology. In *IEEE GLOBECOM'87*, pages 1887–1889, Nov 1987.
- [3] P.T. Brady. A statistical analysis of on-off patterns in 16 conversations. *Bell Syst. Tech. J.*, 47:73–91, 1968.
- [4] R. Vallejos C. *Modelos de Performability e sua Aplicação a Sistemas de Computação*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, Janeiro 1993.
- [5] S. Karlin and H. Taylor. *A Second Course in Stochastic Processes*. Academic Press, Inc., 1981.
- [6] J. F. Meyer. On evaluating the performability of degradable computing systems. *IEEE Transactions on Computers*, C-29(8):720–731, 1980.
- [7] I. Nikolaidis and R. Onvural. A bibliography on performance issues in ATM networks. *Computer Communications Review*, pages 8–23, 1992.
- [8] R. Rom and M. Sidi. *Multiple Access Protocols. Performance and Analysis*. Springer-Verlang, 1990.
- [9] M.H. Sheriff, A. D. Malaret-Colazo, and M. C. Gruensfelder. Wideband packet technology in the integrated access and cross-connect systems (IACS). *Int. J. Satell. Commun.*, 8:437–444, 1990.
- [10] K. Sriram and D. Lucantoni. Traffic smoothing effects of bit dropping in a packet voice multiplexer. *IEEE Transactions on Communications*, 37:703–712, July 1989.
- [11] K. Sriram and W. Whitt. Characterizing superposition arrival process in packet multiplexers for voice and data. *IEEE J. Select Areas Commun.*, SAC-4:833–846, Sept. 1986.