

# Modelos de Fluxo Contínuo para Alocação de Capacidades em Redes ATM \*

Roberta D. da Carvalheira      J. A. Suruagy Monteiro

*Departamento de Informática - UFPE  
Caixa Postal 7851, 50732-970 Recife - PE  
e-mail: rdc@di.ufpe.br & suruagy@di.ufpe.br*

## Sumário

Com as Redes Digitais de Serviços Integrados de Faixa Larga (RDSI-FL), baseadas no Modo de Transferência Assíncrono (ATM), é possível obter uma melhor utilização da banda passante devido à multiplexação estatística de fontes de tráfego não-periódico. O ganho estatístico advindo desta multiplexação pode ser estudado tanto para fontes homogêneas quanto para fontes heterogêneas ao nível de célula. Com o uso de métodos analíticos conseguimos obter a capacidade que deve ser alocada a um conjunto de fontes em um multiplexador com armazenamento finito, mantendo-se o Grau de Serviço (GDS) desejado.

Nossa proposta é abordar os modelos, para o problema de alocação de capacidades, que utilizam o método analítico denominado Método Estocástico de Escoamento de Fluidos (SFF - *Stochastic Fluid Flow*). Visamos com isto facilitar o entendimento do método e criar meios de avaliar suas vantagens e desvantagens sobre outros métodos considerados.

## Abstract

With Broadband Integrated Services Digital Networks (BISDN) using the Asynchronous Transfer Mode (ATM), it is possible to achieve a better bandwidth utilization through statistical multiplexing of bursty traffic sources. This statistical multiplexing gain can be obtained both for homogeneous and heterogeneous sources. Through analytic methods, we may obtain the bandwidth which needs to be allocated to a set of sources on a finite buffered multiplexer, still guaranteeing the desired Grade of Service (GOS) level.

Our proposal is to examine the models for the bandwidth allocation problem which use the analytic method called Stochastic Fluid Flow (SFF). Our goal is both to facilitate the understanding of the method, and to provide means to compare its advantages and disadvantages with those of other methods.

---

\*Este trabalho foi desenvolvido com o apoio da CAPES e do CNPq.

## 1 Introdução

Os avanços na tecnologia de comutação, no processamento de sinais e na utilização de fibras ópticas; a proliferação dos microcomputadores e estações de trabalho; e a exigência de ambientes de trabalho cada vez mais sofisticados por parte do usuário final, serviram de estímulo ao surgimento de serviços de comunicação mais avançados. É conveniente, então, integrar esses serviços aos já existentes através de uma única rede (RDSI-FL) que ofereça todas as facilidades de comunicação. As redes dedicadas já existentes, além de pouco flexíveis, envolvem altos custos de manutenção dos diversos padrões associados aos diferentes tipos de serviços. Toda essa evolução implica em mudanças que vão desde o desenvolvimento de novos esquemas de transmissão até a implementação de bases de dados distribuídas e, conseqüentemente, na busca de novos padrões.

O maior passo, em termos de padronização, diz respeito à escolha do ATM como a técnica de multiplexação e comutação a ser adotada para a RDSI-FL. Tal técnica permite que se tenha um certo ganho estatístico com a multiplexação de diversas conexões em um mesmo canal (figura 1). Para se avaliar o ganho estatístico desta multiplexação, para fontes homogêneas (idênticas) e heterogêneas, ao nível de célula, faz-se necessário estudar a banda passante requerida, de modo a obter um dado Grau de Serviço (GDS), normalmente expresso pela probabilidade de perda de células. Este estudo é conhecido como estudo da Alocação de Capacidades.

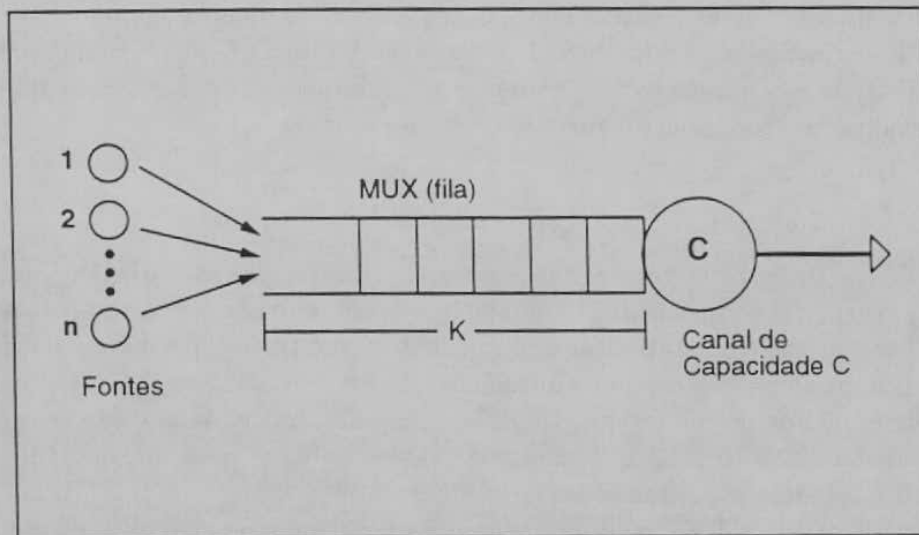


Figura 1: Multiplexador ATM

O estudo da banda passante (capacidade) a ser alocada, assumindo tráfego em rajadas<sup>1</sup>, requer a caracterização de cada serviço (classe de fontes de tráfego) através de parâmetros, tais como: taxa máxima de transmissão ou taxa de pico ( $B_p$ ), taxa média de transmissão ( $B_m$ ), explosividade ( $b = B_p/B_m$ ) e duração média do pico (T) [GRV90, Boy90].

A utilização de métodos analíticos é uma das alternativas para o problema de alocação de capacidades. A escolha de tais métodos justifica-se pelo fato de que nas RDSI-FL se trabalha com uma probabilidade de perda de células em torno de  $10^{-9}$ , o que torna a simulação atualmente impraticável em termos de seu tempo de execução.

Um grande número de trabalhos, relacionado a modelos para multiplexadores estatísticos, tem sido proposto na literatura. Dentre eles, dois merecem destaque por considerar não só o caso de fontes homogêneas mas também o de fontes heterogêneas: o MMPP (*Markov Modulated Poisson Process*) e o SFF (*Stochastic Fluid Flow*).

O MMPP é um processo de Poisson cuja taxa varia de acordo com o estado de uma cadeia de Markov de  $m$  estados, irreduzível e contínua no tempo. Ou seja, as chegadas ocorrem segundo um processo de Poisson com taxa variável. Estudos deste modelo são considerados em [HL86, FMH92, dBSM93, BBM93].

O SFF é uma aproximação de fluxo contínuo para o estado de um multiplexador, isto é, a informação flui uniformemente através da fila. Alguns modelos foram propostos, entre eles está o UAS (*Uniform Arrival and Service* que lida com fontes homogêneas, entretanto, o que se tem publicado a respeito dos resultados obtidos é ainda insuficiente para que se possa fazer uma avaliação mais precisa. Faz-se necessário, então, um estudo mais aprofundado do SFF, visando a obtenção de resultados a serem incluídos na literatura e confrontados com os obtidos por outros modelos.

Nossa proposta é mostrar as características do SFF, seus problemas e algumas modelagens existentes. Visamos com isso não só facilitar o seu entendimento mas também criar meios de avaliar suas vantagens e desvantagens sobre outros modelos considerados.

Este artigo está dividido em mais quatro seções. Na seção 2 introduzimos o SFF, falamos de alguns modelos que o utilizam e apresentamos sua descrição matemática. Nas seções 3 e 4 abordamos, respectivamente, os modelos UAS e SFF para fontes heterogêneas. Mostramos uma descrição do processo de obtenção dos seus parâmetros bem como as aproximações sugeridas para cálculo dos seus resultados. Por fim, na seção 5, ressaltamos a importância do estudo realizado, identificando o nosso interesse na análise do modelo SFF.

---

<sup>1</sup>As fontes em rajada alternam períodos ativos, onde células são transmitidas, com períodos de silêncio.

## 2 Modelos SFF

O modelo SFF, como dito anteriormente, é uma aproximação de fluxo contínuo para o estado de um multiplexador. Ele funciona da seguinte maneira (figura 2): um fluxo contínuo de entrada é “bombeado” em um *buffer* (fila) que, por sua vez, dá vazão a um certo fluxo de saída. A taxa do fluxo de entrada depende do fluxo do “bombeador”, o qual é governado por uma Cadeia de Markov de tempo contínuo [CGS92]. A taxa do fluxo de saída depende da capacidade de serviço do(s) servidor(es) da fila.



Figura 2: Fluxo Contínuo Modulado por Markov

O que caracteriza a utilização do SFF é a modelagem de fluxos contínuos. Esses fluxos compartilham “meios de escoamento” (canais de comunicação, por exemplo), os quais possuem capacidade de armazenamento.

Para efeito ilustrativo, o modelo de produtores e consumidores estudado por [Mit88] é mostrado na figura 3. Este modelo envolve o caso geral<sup>2</sup>, onde o fluido produzido por  $Q$  possíveis máquinas é transmitido para a fila e finalmente consumido por  $R$  outras possíveis máquinas. No nosso caso estamos interessados apenas na modelagem de 1 máquina consumidora (uma fila com um único servidor).

A modelagem matemática do SFF possui as seguintes características:

- As máquinas (ou fontes para um sistema de comunicação) são modeladas por um

<sup>2</sup>Geral no sentido de se ter  $R$  possíveis servidores para a fila.

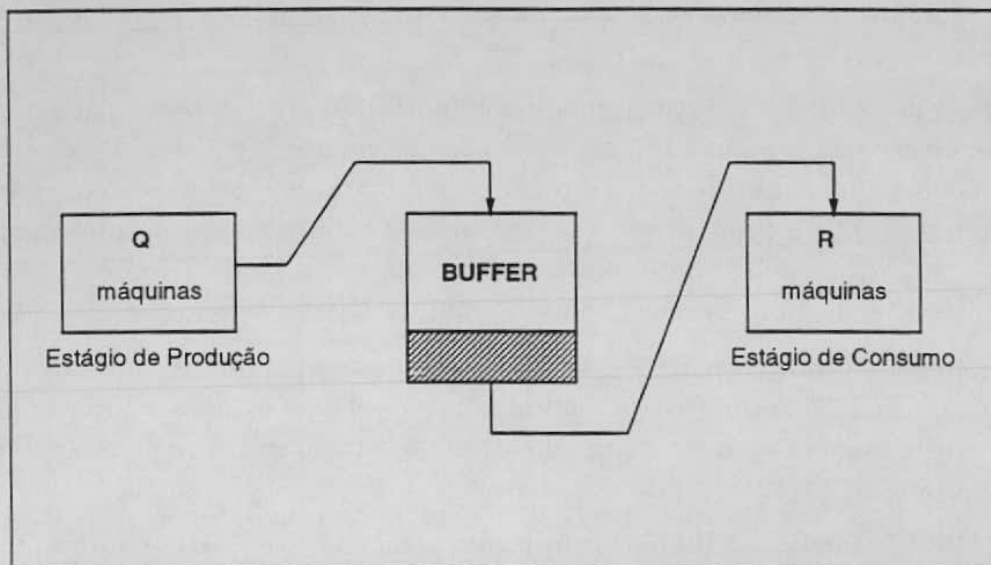


Figura 3: Modelo de Produtores e Consumidores

processo de Markov com dois estados: ON e OFF. O estado ON, no qual uma máquina é dita ativa, simboliza o processo de geração/consumo de fluidos. O estado OFF simboliza o estado de inatividade da máquina;

- Os períodos ON e OFF são supostos, em geral, exponencialmente distribuídos;
- As máquinas são mutuamente independentes;
- O estado do sistema é igual ao número de fontes ativas;
- O número de fontes ativas é modelado por uma Cadeia de Markov de Nascimento e Morte de tempo contínuo.

Esse modelo, que será descrito na seção 2.2, requer a solução de um sistema de equações diferenciais.

## 2.1 Modelos Propostos

Nesta seção apresentamos alguns dos modelos propostos na literatura com a finalidade de demonstrar o processo evolutivo dos estudos feitos para o problema de alocação de capacidades.

Ao se estudar o SFF toma-se como base o modelo da figura 1. A preocupação se dá ao nível de circuito virtual. Assim, o que se quer é estudar o efeito da multiplexação estatística de  $n$  fontes em um canal de capacidade  $C$  com fila de comprimento  $K$ .



Até aqui, nenhuma consideração se faz quanto ao tipo de fontes, se homogêneas ou heterogêneas.

O trabalho de [AMS82] constitui uma das importantes contribuições para o estudo de alocação de capacidades, não só pela descrição matemática do SFF por eles apresentada, mas pelas soluções obtidas para o modelo de  $n$  fontes homogêneas e comprimento de fila infinito. Tanto o processo de chegada quanto o de remoção da informação na fila são, por suposição, feitos de modo uniforme. Assim, o modelo é conhecido como UAS (*Uniform Arrival and Service*) com fila infinita [DL86].

Uma proposta de solução para o UAS considerando-se fila finita é dada por [Tuc88]. Além da modelagem matemática, são apresentadas expressões para a distribuição do comprimento da fila, para a distribuição do atraso de enfileiramento e para o percentual de perda de células.

Em [MGF91, Mon91] o UAS foi utilizado e mostrou-se que ele apresenta bons resultados quando comparados com os obtidos pela simulação. A vantagem do UAS é que ele obtém resultados muito mais rapidamente e, o que é mais importante, pode ser usado para o caso onde a probabilidade de perda de células,  $p$ , é muito baixa (da ordem de  $10^{-9}$ ). A simulação torna-se atualmente impraticável quando assume-se tal valor para a probabilidade de perda de células. A desvantagem é sua validade apenas para fontes homogêneas. No caso de fontes heterogêneas devem ser feitas aproximações a partir dos resultados obtidos para as fontes homogêneas.

A necessidade de se ter em uma única rede diversos tipos de serviços motivou o estudo do problema de alocação de capacidades também para os casos de fontes heterogêneas. Assumindo fontes do tipo rajadas, o que caracteriza a heterogeneidade delas é a variação nos valores de seus parâmetros (taxa de pico, taxa média, etc), o que implica em diferentes distribuições dos períodos ON e OFF entre os diversos tipos de fonte.

O caso de fontes heterogêneas e comprimento de fila infinito foi considerado no modelo de [Kos86]. Para ele as  $n$  fontes da figura refmuxATM são heterogêneas e representam, cada uma, um agrupamento de fontes homogêneas. Isto é, cada grupo de fontes homogêneas é visto como uma única fonte para efeito de modelagem. Sua proposta é, na verdade, uma generalização dos modelos propostos por Anick et al. e por ele mesmo em artigos anteriores ([AMS82, KV75]). Na modelagem uma distribuição assintótica é considerada para cada uma das  $n$  fontes. O problema deste modelo é que, em geral, um dos parâmetros da distribuição assintótica é obtido através de simulação.

Uma importante contribuição para o estudo de modelos de fontes heterogêneas é dada por [Mit88]. O foco de estudo não é especificamente o problema de alocação de capacidades. O que se quer é analisar e derivar procedimentos computacionais eficientes para um modelo de fluidos de produtores e consumidores (ilustrado na figura 3). No entanto, o modelo de [Mit88] aplica-se aos modelos de alocação de capacidades bastando, para isto, considerar um único canal (máquina de consumo) como o servidor da fila. Na sua formulação original, a heterogeneidade é devida ao fato das máquinas

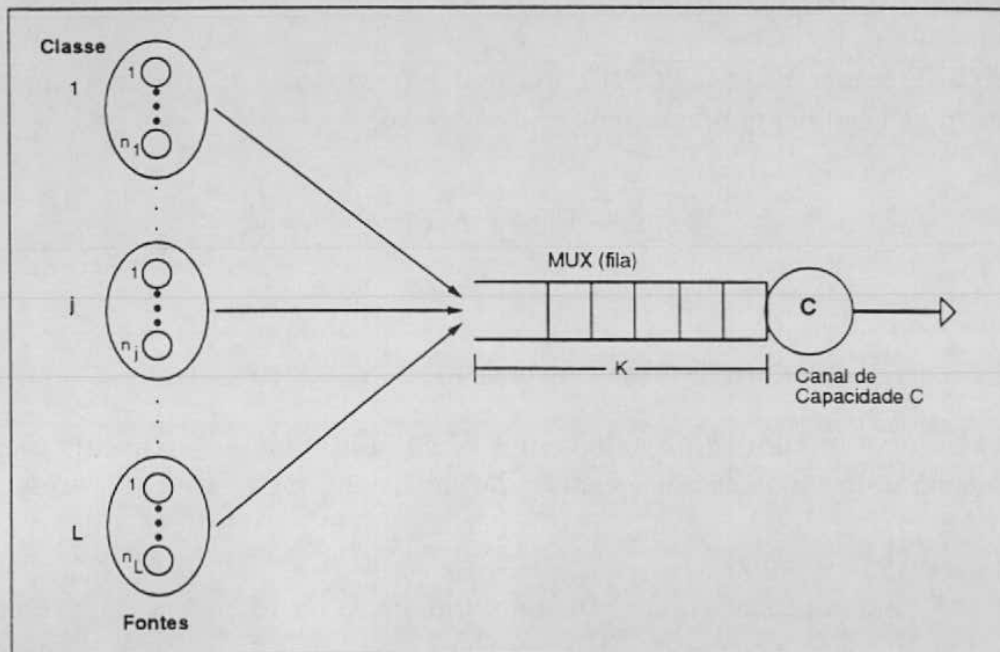


Figura 4: Modelo SFF para fontes heterogêneas

produtoras e consumidoras terem parâmetros diferentes. Contudo, é possível estender a solução proposta para o caso de múltiplas classes de produtores e consumidores, como indicado nas conclusões.

A partir do exposto por [Mit88], dada a aplicabilidade do modelo proposto para o estudo de alocação de capacidades, [BBMRS92] criou seu modelo para fontes heterogêneas. A modelagem é feita agrupando-se as fontes que são homogêneas tendo-se, então, classes distintas de fontes (figura 4).

Comparando o modelo de [BBMRS92] com o de [Kos86] vê-se que os dois agrupam as fontes em classes, porém o primeiro não considera cada classe como uma única fonte em sua modelagem. E mais, [BBMRS92] considera o comprimento da fila como finito.

O problema de tal modelo é o aumento considerável na complexidade computacional, uma vez que o espaço de estados<sup>3</sup> é bem maior que no caso homogêneo. Tentando resolver este problema, [BBMRS92] propõe uma solução aproximada e apresenta uma descrição formal do algoritmo usado na obtenção dos resultados. A descrição da aproximação bem como o modelo matemático utilizado serão apresentados na seção 4.

<sup>3</sup>Conjunto de todos os possíveis estados do sistema.

## 2.2 Descrição Matemática do SFF

O modelo SFF requer a solução do sistema de  $N \times N$  equações diferenciais<sup>4</sup> apresentado em (1), as quais são denominadas equações de fluxo.

$$\mathbf{D} \frac{d}{dx} \mathbf{F}(x) = \mathbf{M} \mathbf{F}(x), \quad (1)$$

onde:

$\mathbf{M}$  é o gerador infinitesimal da cadeia de Markov (matriz de transição de estados):

$\mathbf{F}(x)$  é o vetor com as probabilidades de equilíbrio para o comprimento da fila, considerando todos os possíveis estados do sistema;

$$\mathbf{F}(x) = \{F_i(x)\}; 0 \leq i \leq n;$$

$F_i(x)$  é a probabilidade, no equilíbrio, de se ter  $i$  fontes ativas e o conteúdo da fila não exceder  $x$ . Ela representa a probabilidade  $P_i(t, x)$  independente de tempo. Ou seja,  $F_i(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t, x)$ ;

$P_i(t, x)$  é, então, a probabilidade de se ter  $i$  fontes ativas e o conteúdo da fila não exceder  $x$  no instante  $t$ . De  $P_i(t, x)$  constroem-se as equações de estado do sistema;

$\mathbf{D}$  é a matriz (diagonal) de mudanças no conteúdo da fila.  $\mathbf{D} = \{d_{ii}\}$ , sendo  $d_{ii}$  as mudanças ocorridas na fila quando o sistema tem  $i$  fontes ativas.

As equações de fluxo representam o sistema no estado de equilíbrio e, como tal, são independentes do tempo. Elas são obtidas a partir das equações de estado do sistema, que por sua vez, são construídas a partir de  $P_i(t, x)$ .

Para solucionar o conjunto de equações diferenciais, a seguinte decomposição espectral é adotada:

$$\mathbf{F}(x) = \sum_{\forall i} e^{z_i x} a_i \Phi_i, \quad (2)$$

onde:

$i$  no somatório representa todos os possíveis estados do sistema;

$z_i$  é o autovalor do sistema quando se tem  $i$  fontes ativas<sup>5</sup>.  $\Phi_i$  é seu correspondente autovetor direito;

$a_i$  é o coeficiente da decomposição espectral.

<sup>4</sup> $N$  é o tamanho do espaço de estados.  $N = n + 1$ , com  $n$  igual ao número de fontes do sistema.

<sup>5</sup> $z_i$  é um auto-valor de  $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}$ .



O problema é, então, calcular os autovalores, autovetores e coeficientes da decomposição, principalmente no caso de espaço de estados de grande dimensão. Quando a fila é infinita, o sistema de equações diferenciais possui autovalores instáveis, o que o leva a ser chamado de "inerentemente instável". Para se obter um conjunto de soluções que não caia nesta região de instabilidade, só são considerados em (2) os estados cujos autovalores têm parte real não positiva.

O cálculo dos coeficientes da decomposição depende de condições de contorno e dos autovetores. As condições de contorno levam em conta os limites máximo e mínimo do comprimento da fila. A análise de tais limites é feita através das duas regiões que dividem o espaço de estados: uma região de sobrecarga (*overload* — OL), compreendendo os estados onde a taxa de entrada é maior que a de saída, e uma região de subcarga (*underload* — UL) com o restante dos estados.

Para a região de sobrecarga a fila não decresce, de modo que seu comprimento não pode ser nulo. Isso significa que:  $F_i(0) = 0; \forall i$ . Substituindo  $x$  por 0 em (2) tem-se um primeiro conjunto de equações de contorno:

$$\sum_{\forall i} a_i \{\Phi_i\}_j = 0; \quad \forall j \in OL \quad (3)$$

Nesta equação  $\{\Phi_i\}_j$  representa o  $j$ -ésimo elemento de  $\Phi_i$ .

Para a região de subcarga a fila não cresce de modo que ela nunca atinge seu limite ( $m$ ). Portanto, a probabilidade da fila não ultrapassar seu limite, considerando-se  $i$  linhas ativas, é simplesmente a probabilidade,  $b_i$ , do sistema estar no estado  $i$ . Ou seja,  $\lim_{x \rightarrow m} F_i(x) = b_i$ . Substituindo  $x$  por  $m$  em (2) tem-se um segundo conjunto de equações de contorno:

$$\sum_{\forall i} e^{z_i m} a_i \{\Phi_i\}_j = b_i; \quad \forall j \in UL \quad (4)$$

Porém, para o caso de filas infinitas não existem restrições quanto ao espaço disponível. Assim, só as equações (3) constituem as condições de contorno do sistema.

Tendo realizado todos os cálculos necessários e encontrando-se os valores das probabilidades  $F_i(x)$  para todos os possíveis estados, a computação da distribuição do comprimento da fila é dada por:

$$Pr[\text{Comprimento da Fila} \leq x] = \sum_{\forall i} F_i(x) \quad (5)$$

O modelo matemático acima descrito é o utilizado por todos os modelos de fluxo contínuo<sup>6</sup>. O que diferencia um modelo do outro é a forma de se modelar o multiplexador, o que implica em diferentes formas de se construir os vetores e as matrizes do sistema, e a necessidade de uma condição de contorno extra para o caso de fila finita.

<sup>6</sup> Modelos que usam o SFF.

Um problema desta modelagem é a dimensão das matrizes e vetores do sistema. Para minimizar este problema, aproximações são propostas dentro de cada modelo sugerido. O que se quer é encontrar valores que mais se aproximem da solução real. Uma vantagem é que uma vez encontrados os resultados matemáticos torna-se trivial o cálculo da distribuição do comprimento da fila e dos seus momentos.

### 3 UAS

O UAS é um modelo de fluxo contínuo para o caso de fontes homogêneas. Ele assume que os processos de chegada e remoção da informação na fila são feitos de modo uniforme.

A modelagem matemática usada pelo UAS foi descrita na seção 2.2. O que nos interessa, aqui, é mostrar como seus parâmetros são construídos e que procedimentos são utilizados por [AMS82] e [Tuc88] para encontrar os autovalores, autovetores e coeficientes da decomposição espectral.

Para cada fonte ON/OFF do modelo, considera-se o seguinte diagrama da figura 5, no qual supõe-se que os períodos ON e OFF são exponencialmente distribuídos com média  $1/\mu$  e  $1/\lambda$ , respectivamente.

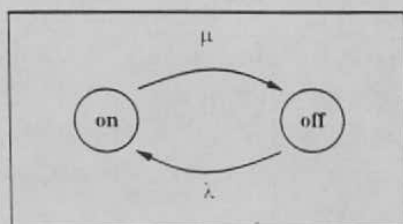


Figura 5: Transição entre os Estados ON/OFF

A transição entre os possíveis estados (número de fontes ativas) do sistema acontece segundo o diagrama da figura 6.

Sendo  $C$  a capacidade normalizada do canal em relação ao tráfego que uma fonte gera quando se encontra ativa<sup>7</sup> e considerando-se  $i$  linhas ativas, o comportamento da fila é dado por:

- Se  $i < C$ , a fila decresce à taxa  $(C - i)$ .
- Se  $i = C$ , a fila não se altera.
- Se  $i > C$ , a fila cresce à taxa  $(i - C)$ .

<sup>7</sup>Isto é,  $C = \frac{\text{Capacidade do Canal em Mbps}}{\text{Tráfego gerado por uma fonte ativa}}$

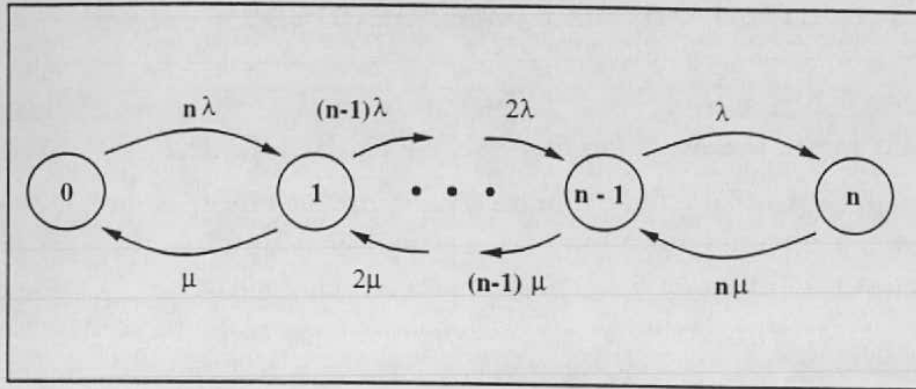


Figura 6: Diagrama de Transição de Estados do UAS

Dadas as informações acima, constroem-se os parâmetros  $D$  e  $M$  do modelo, que possuem as formas seguintes:

$$D = \{-C, 1 - C, 2 - C, \dots, n - C\} \quad (6)$$

$$M = \begin{bmatrix} -n\lambda & \mu & \dots & 0 & 0 \\ n\lambda & -\{(n-1)\lambda + \mu\} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -\{\lambda + (n-1)\mu\} & n\mu \\ 0 & 0 & \dots & \lambda & -n\mu \end{bmatrix} \quad (7)$$

Tendo  $M$  e  $D$  construídos, resta-nos encontrar os autovalores  $z_i$  com ( $i = 1, \dots, n$ ), seus respectivos autovetores e os coeficientes da decomposição espectral. Para o caso de fila infinita, existe um sistema fechado de equações para os  $z_i$ ,  $\Phi_i$  e  $a_i$ . Entretanto, para fila finita, os coeficientes  $a_i$  devem ser encontrados numericamente.

O caso de fila infinita é considerado em [AMS82]. Eles mostram que a solução para o cálculo dos autovalores leva à resolução de uma família de quadráticas, cujas raízes são os próprios autovalores. Uma descrição dos passos computacionais é feita, chegando-se às expressões que calculam os autovetores e os coeficientes  $a_i$  da decomposição espectral. Para a expressão que calcula os coeficientes da decomposição são consideradas as equações de contorno (3) apresentadas na seção 2.2.

O caso de fila finita é considerado em [Tuc88]. Para ele o cálculo dos autovalores e autovetores é realizado diretamente a partir das equações de fluxo do sistema. Nenhuma aproximação é usada para isto. O cálculo dos coeficientes da decomposição é feito resolvendo-se numericamente as equações de contorno (3) e (4).

## 4 SFF para Fontes Heterogêneas

Duas modelagens que estudam o problema de alocação de capacidades para fontes heterogêneas foram por nós abordadas: [Kos86] e [BBMRS92].

No modelo de [Kos86] a fila é infinita e cada um dos  $n$  grupos de fontes homogêneas é considerado como uma única fonte. A distribuição assintótica (8) é considerada para cada uma das  $n$  fontes, sendo as  $n$  fontes heterogêneas entre si.

$$G(u) \sim Ce^{-\alpha u}, (u \rightarrow \infty) \quad (8)$$

onde:

$C$  é a taxa de enfileiramento máxima. Ela depende do cálculo do autovetor e do coeficiente da decomposição;

$\alpha$  está associado ao autovalor do sistema.

Para o agregado de fontes, um método, chamado método da decomposição, foi utilizado para determinar os coeficientes  $\alpha$ . Com tal método obtém-se um autovalor que é genérico a todos os subsistemas (as  $n$  fontes) e ao sistema total. O autovetor  $\phi$  é visto como o produto cartesiano dos autovetores de cada uma das  $n$  fontes:  $\phi = \phi_1 \times \dots \times \phi_N$ .

O problema do modelo de [Kos86] é que, em geral, não se pode calcular o valor de  $C$ . Para sua obtenção se faz necessário recorrer à simulação.

No modelo de [BBMRS92] cada uma das  $L$  classes é formada por um conjunto de fontes homogêneas. O processo de chegada total é a superposição de  $L$  processos independentes de nascimento e morte que é denominado processo de fases. Uma modelagem matemática é definida tal como o descrito na seção 2.2 e as equações de estado do sistema contêm índices que façam referência à classe.

Para a obtenção dos parâmetros do modelo de [BBMRS92], são construídas as matrizes de transição para cada classe como em [Tuc88] e depois as seguintes considerações são feitas:

- O gerador infinitesimal  $M$ , também denominado Gerador do Processo de Fases é a soma de Kronecker (vide apêndice) das matrizes de transição de cada classe:  

$$M = M_1 \oplus \dots \oplus M_L;$$
- O número de estados do processo de fases é:  $N = (n_1 + 1)(n_2 + 1) \dots (n_L + 1);$
- A probabilidade da classe  $j$  se encontrar no estado  $k_j$  é  $b_j(k_j)$ . Logo, a probabilidade conjunta (para as  $L$  classes) é:  

$$b(k) = b_1(k_1)b_2(k_2) \dots b_L(k_L)$$
 onde:  $k = [k_1, \dots, k_L]$



- $\mathbf{F}(x) = \{F_k(x)\}; \forall k$

onde:

$F_k(x)$  é a probabilidade do comprimento da fila,  $K$ , não exceder  $x$  e o sistema estar no estado  $k$ . Ou seja,  $F_k(x) = Pr[K \leq x \text{ e a fase ser } k]$

- $\mathbf{D} = \text{diag}\{d(k)\}; \forall k$

onde:

$$d(k) = k_1\gamma_1 + \dots + k_L\gamma_L - 1$$

$$k_j = 0, 1, \dots, n_j \quad \text{e} \quad j = 1, \dots, L$$

$$\gamma_j = \frac{B_{pj}}{C} \quad (\text{taxa de pico normalizada da classe } j)$$

O problema de tal modelo é o aumento considerável na complexidade computacional, uma vez que o espaço de estados, e conseqüentemente as dimensões dos vetores e matrizes, é bem maior que o do caso homogêneo. A dimensão do espaço de estados, agora, não depende só do número de fontes ativas por classe, mas de todas as possíveis combinações entre elas. Isso torna a complexidade computacional do sistema proibitiva para a maioria dos casos.

Na proposta apresentada em [BBMRS92], é mostrada uma equação cuja única raiz é o autovalor,  $z_h$ , genérico a todas as classes e ao sistema como um todo. O autovetor  $\Phi_h$  correspondente a  $z_h$  é expresso como o produto de Kronecker (vide apêndice) dos autovetores do subsistema homogêneo:  $\Phi_h = \Phi_{h,1} \otimes \dots \otimes \Phi_{h,L}$ . Para cada autovetor do subsistema tem-se que:

$$z_h \phi_{h,j} \mathbf{D}_{h,j} = \phi_{h,j} \mathbf{M}_j; \quad j = 1 \dots L \quad (9)$$

Tendo as expressões que calculam o autovalor e o autovetor, o efeito computacional que a dimensão do espaço de estados impõe recai sobre as equações de contorno. Porém, considerando o tamanho da fila igual a zero, a solução de tais equações podem ser diretamente obtidas.

Uma descrição formal do algoritmo usado para cálculo deste autovalor e autovetor bem como da probabilidade de perda de células é apresentada em [BBMRS92]. Resultados são analisados e é mostrada a utilidade da aproximação sugerida para o cálculo dos coeficientes  $a_i$  quando se tem espaços de estados de grande dimensão.

## 5 Conclusões

A importância do estudo de alocação de capacidades para as Redes Digitais de Serviços Integrados de Faixa Larga não reside só no fato de possibilitar um maior aproveitamento da capacidade do canal. Uma vez descoberto o quanto de capacidade é solicitado por cada fonte (ou conjunto de fontes) torna-se mais fácil a decisão relativa à aceitação ou não de uma nova chamada.



É necessário, então, encontrar o meio mais adequado de se calcular esta capacidade. Para que isso seja possível, deve-se não só obter um número razoável de resultados para cada modelo proposto, mas também fazer uma comparação entre os modelos.

Os resultados até agora obtidos tanto pelo MMPP como pelo SFF resultam da tentativa de se ter uma base de informações representativa, que permita uma boa análise do modelo. No caso específico do SFF, tentativas ainda estão sendo feitas de modo a minimizar o problema da complexidade computacional envolvida.

Dois são os modelos básicos que utilizam o SFF: o UAS e o SFF para fontes heterogêneas. Instâncias destes modelos constituem as diversas propostas (submodelos) apresentadas na literatura.

No UAS o problema computacional surge quando a dimensão do espaço de estados se torna muito grande (se tem em torno de milhares de fontes). Em comparações feitas com os resultados obtidos por simulação, pôde-se observar que o UAS obtém bons resultados e mais rapidamente. Entretanto, sua utilização para o caso heterogêneo não é possível. O que se faz são aproximações a partir dos resultados obtidos para o caso homogêneo.

Com o intuito de não ser restrito ao caso de fontes homogêneas, surge o SFF para fontes heterogêneas. O espaço de estados torna-se, então, um problema mais crítico. Algumas aproximações vêm sendo estudadas, mas não se sabe ainda qual a melhor. Contudo, como no UAS, o modelo tem a vantagem de poder ser usado em casos onde se assumem probabilidades de perda de células muito baixas.

Com a exposição do SFF, da sua abordagem e com a análise do processo evolutivo dos modelos adotados para o problema de alocação de capacidades provemos meios de se avaliar as vantagens e as desvantagens que o SFF tem com relação aos demais modelos.

Sendo assim, temos condições de propor uma implementação que tome como base as considerações de [BBMRS92] para posterior coleta e análise dos resultados. Validações serão obtidas utilizando-se o UAS e simulação, e serão feitas comparações com o MMPP.

## Apêndice

### Soma e Produto de Kronecker

A soma de Kronecker,  $\oplus$ , é definida da seguinte forma [FMH92]:

$$A \oplus B = (A \otimes I_B) + (I_A \otimes B)$$

onde:

$I_A$  e  $I_B$  são as matrizes identidade e possuem a mesma ordem de  $A$  e  $B$  respectivamente:

$\otimes$  representa o produto de Kronecker.

O produto de Kronecker tem a seguinte definição [FMH92]:

$$\mathbf{C} \otimes \mathbf{D} = \begin{bmatrix} c_{11}\mathbf{D} & c_{12}\mathbf{D} & \cdots & c_{1m}\mathbf{D} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1}\mathbf{D} & c_{n2}\mathbf{D} & \cdots & c_{nm}\mathbf{D} \end{bmatrix}$$

Para tornar mais claro o entendimento, ilustramos as operações acima com um exemplo:

$$\text{Sejam: } \mathbf{P} = \begin{bmatrix} -p_1 & p_1 \\ p_2 & -p_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -q_1 & q_1 \\ q_2 & -q_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P} \oplus \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} -p_1 & 0 & p_1 & 0 \\ 0 & -p_1 & 0 & p_1 \\ p_2 & 0 & -p_2 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & -p_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -q_1 & q_1 & 0 & 0 \\ q_2 & -q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_1 & q_1 \\ 0 & 0 & q_2 & -q_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -(p_1 + q_1) & q_1 & p_1 & 0 \\ q_2 & -(p_1 + q_2) & 0 & p_1 \\ p_2 & 0 & -(p_2 + q_1) & q_1 \\ 0 & p_2 & q_2 & -(p_2 + q_2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## Referências

- [AMS82] D. Anick, D. Mitra, and M. M. Sondhi. Stochastic theory of a data-handling system with multiple sources. *The Bell System Technical Journal*, 61(8):1871-1894, October 1982.
- [BBM93] A. Baiocchi and N. Bléfari-Melazzi. Steady-State Analysis of the MMPP/G/1/K Queue. *IEEE Transactions on Communications*, 41(4):531-534, April 1993.
- [BBMRS92] A. Baiocchi, N. Bléfari-Melazzi, A. RoveriA., and F. Salvatore. Stochastic Fluid Analysis of an ATM Multiplexer Loaded with Heterogeneous On-Off Sources: An Effective Computational Approach. Em *Proceedings of the INFOCOM'92 Conference*, Florença, Itália, May 1992.
- [Boy90] P. Boyer. A Congestion Control for ATM. Em *Anais do Seventh ITC Seminar*, New Jersey, EUA, October 1990.

- [CGS92] Jeane S. C. Chen, Roch Guérin, and Thomas E. Stern. Markov-Modulated Flow Model for the Output Queues of a Packet Switch. *IEEE Transactions on Communications*, 40(6), June 1992.
- [dBSM93] R. J. P. de B. Salgueiro e J. A. Suruagy Monteiro. Avaliação da Probabilidade de Perda de Células em Redes ATM utilizando o Processo de Poisson modulado por Markov. *Anais do 11<sup>o</sup> Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores, Campinas, São Paulo*, pages 587-606, Maio 1993.
- [DL86] J. N. Daigle and J. D. Langford. Models for analysis of packet voice communications System. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 4(6):847-855, June 1986.
- [FMH92] Wolfgang Fischer and Kathleen Meier-Hellstern. The Markov-Modulated Poisson Process (MMPP) Cookbook. *Performance Evaluation*, (18):149-171, 1992.
- [GRV90] G. Gallassi, G. Rigolio, and T. Verri. Resource Management and Dimensioning in ATM Networks. *IEEE Network Magazine*, 4(3):8-17, May 1990.
- [HL86] Harry Heffes and David M. Lucantoni. A Markov Modulated Characterization of Packetized Voice and Data Traffic and Related Statistical Multiplexer Performance. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 4(6):856-868, September 1986.
- [Kos86] L. Kosten. Liquid Models for a Type of Information Buffer Problems. *Delft Progress Report*, 11:71-86, 1986.
- [KV75] L. Kosten and O. J. Vrieze. Stochastic theory of a multi-entry buffer. *Delft Progress Report*, 1:103-115, 1975.
- [MGF91] J. A. Suruagy Monteiro, Mario Gerla, and Luigi Fratta. Statistical Multiplexing in ATM Networks. *Performance Evaluation*, 12(3):157-167, 1991.
- [Mit88] Debasis Mitra. Stochastic Theory of a Fluid Model of Producers and Consumers Coupled by a Buffer. *Adv. Appl. Prob.*, 20:646-676, 1988.
- [Mon91] J. A. Suruagy Monteiro. Alocação de Capacidades e Controle de Tráfego em Redes MTA. *Anais do 9<sup>o</sup> Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores*, pages 446-459, Maio 1991.
- [Tuc88] Roger C. F. Tucker. Accurate Method for Analysis of a Packet-Speech Multiplexer with Limited Delay. *IEEE Transactions on Communications*, 36(4):479-483, April 1988.