

SERVICO QUARENTENA DE DADOS LOCAL: UM ESTUDO DE CASO

Maria Izabel Cavalcanti Cabral *
José Antônio Beltrão Moura *
Marcos Gonçalves Brasileiro **

* Departamento de Sistemas e Computação
** Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Federal da Paraíba

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo de caso para o modelo de uma conexão de sessão com os serviços gerência de interação no modo de diálogo duplex e quarentena de dados com a opção local, assumindo taxas médias de chegadas de Unidades de Dados do Serviço de Sessão (UDSSs) dependentes de estado, ou seja, dependentes do número de UDSSs armazenadas na camada de sessão. Nesse estudo, faz-se uma análise do desempenho desse modelo, e compara-o com outro modelo com esses mesmos serviços referenciados, mas que assume taxas médias de chegadas de UDSSs constantes.

1. INTRODUCAO

Com o aumento da complexidade e sofisticação dos sistemas de comunicação de dados, aumenta também a gama de serviços oferecidos aos usuários finais das redes de computadores. Esses serviços podem causar impacto no desempenho dessas redes.

Os estudos em modelagem e avaliação de desempenho de redes de computadores concentram-se na modelagem e na avaliação de desempenho de protocolos de comunicação.

Contribuições significativas existem em modelagem e avaliação de desempenho de protocolos que governam a sub-rede de comunicação [1 - 3], e de protocolos de mais alto nível, particularmente nos protocolos das camadas de transporte [4 - 5] e de aplicação [6 - 7]. No entanto, somente recentemente começaram a surgir contribuições em modelagem e avaliação de desempenho do protocolo da camada de sessão [8 - 10].

A referência [8] modela o protocolo de sessão como uma conexão de sessão na fase de transferência de dados com o serviço quarentena de dados (opções local e remota) com o modo de diálogo duplex. Esses modelos, direcionados às aplicações que envolvem atomicidade transacional (tal qual o serviço telecompras) apresentam a geração de UDSSs na camada de sessão com taxa média constante. Essa geração é

ativada/desativada pelo serviço gerência de interação conforme a camada de sessão tenha ou não capacidade de armazenamento disponível.

Este trabalho apresenta um estudo de caso para o modelo de uma conexão de sessão com os serviços gerência de interação no modo de diálogo duplex e quarentena de dados com a opção local. Considera-se taxas médias de chegadas de UDSSs dependentes de estado, ou seja, dependentes do número de UDSSs armazenadas na camada de sessão. Nesse estudo, faz-se uma análise do desempenho desse modelo, comparando-o com o modelo já referenciado em [8] com a opção quarentena local. Doravante, o modelo deste estudo de caso será denominado quarentena local duplex com fonte dependente de estado. Acredita-se que o presente trabalho complementa e expanda a literatura disponível sobre o assunto.

O restante desse trabalho é organizado da seguinte forma: a seção 2 aborda o serviço quarentena de dados local com modo de diálogo duplex. As seções 3 e 4 apresentam respectivamente a descrição e a solução do modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado. A seção 5 apresenta um exemplo numérico para esse modelo, comparando seus resultados com aqueles apresentados em [8] para o modelo quarentena local duplex com taxas médias de chegadas de UDSSs constantes. Finalmente, a seção 6 apresenta as conclusões do presente trabalho.

2. SERVIÇO QUARENTENA DE DADOS LOCAL COM MODO DE DIALOGO DUPLEX

As informações sobre os serviços de sessão aqui abordados resumem-se somente àquelas necessárias a solução do modelo considerado. Informações mais detalhadas podem ser encontradas em [11 - 13].

O serviço gerência de interação da camada de sessão permite aos usuários pares do Serviço de Sessão (usuários SS) definirem explicitamente, quem - em um dado momento, pode executar certas funções de controle. Esse serviço com modo de diálogo duplex, permite transmissões simultâneas de UDSSs entre usuários SS pares.

O serviço quarentena de dados proposto pelo National Bureau of Standards (NBS) [12], permite a um usuário SS submeter unidades de dados de comprimento variável, chamadas Unidades de Quarentena de Dados (UQDs) que são armazenadas na camada de sessão e enviadas como um bloco de dados único à entidade de sessão par ou ao usuário SS par, tendo-se nestes casos, respectivamente, quarentena local ou quarentena remota. O serviço quarentena de dados local pode introduzir atraso na liberação de Unidades de Dados do Protocolo de Sessão (UDPSs) de uma entidade de sessão, devido ao tempo necessário ao recebimento do número de UDSSs na composição de UQDs. Esse atraso médio é denominado atraso médio de quarentena [8].

O presente trabalho analisa as medidas de desempenho vazão média da conexão de sessão (número de UDPSs enviadas por segundo) e o atraso médio fim-a-fim do protocolo de sessão com os serviços referenciados. Também compara esse atraso médio com aquele apresentado em [8] com quarentena local. A medida de desempenho atraso médio fim-a-fim corresponde ao atraso médio de quarentena adicionado ao atraso médio de transmissão de UDSSs na conexão de sessão e ao atraso médio de admissão (o atraso médio devido ao bloqueio de UQDs na camada de sessão). O atraso de admissão se faz presente quando não há espaço de armazenamento para essas unidades na camada de transporte.

Para efeito de simplificação do modelo abordado, assume-se que uma UQD corresponde a um número fixo de UDPSs. Assume-se também que as disciplinas de filas são do tipo "First Come First Served" (FCFS) [14], e que os comprimentos de UDSSs, UDPSs e Unidades de Dados do Serviço de Transporte (UDSTs) são idênticos.

3. MODELO QUARENTENA LOCAL DUPLEX COM FONTE DEPENDENTE DE ESTADO

O modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado, considera uma conexão de sessão na fase de transferência de dados com os serviços gerência de interação no modo de diálogo duplex, e quarentena de dados com a opção local.

O modelo de geração de UDSSs na conexão de sessão, é um modelo de uma fonte dependente de estado. Nesse modelo, a camada de sessão dispõe de espaço de armazenamento limitado para N UDSSs. Havendo i UDSSs armazenadas nesta camada, a fonte pode gerar $(N - i)$ UDSSs, sendo a taxa média de chegada para este estado $(N - i) \cdot \lambda / N$. No caso de não haver mais espaço de armazenamento na camada referenciada, a fonte cessa de gerar novas UDSSs. UDSSs que chegam na camada de sessão são quarentenadas (como UDPSs) até a composição de uma UQD, quando então podem ser liberadas e enviadas pela conexão de sessão à entidade de sessão par. UDPSs que chegam na entidade de sessão par são entregues (como UDSSs) ao usuário SS receptor. O modelo para a fonte dependente de estado, aqui descrito, é uma extensão do modelo de fonte finita apresentado em [4].

Para o transporte das UDPSs de uma UQD, a conexão de sessão utiliza a conexão de transporte a ela atribuída. A capacidade de armazenamento de UDSTs na conexão de transporte é limitada. A conexão de transporte somente recebe UDSTs se há espaço de armazenamento suficiente para todas as UDSTs associadas as UDPSs de uma UQD. Nesse caso, UDSTs chegam em lotes iguais ao comprimento de uma UQD. Não havendo espaço de armazenamento suficiente na conexão de transporte, UQDs podem ficar bloqueadas na entidade de sessão de referência enquanto aguardam a liberação do referido espaço. A capacidade de armazenamento de UDSTs na conexão de transporte deve ser igual ou maior que o comprimento

de uma UQD. Modelar-se a conexão de transporte como um servidor exponencial com taxa média de serviço igual a μ UDSTs/segundo.

Assume-se capacidade finita de armazenamento de UDPSs na entidade de sessão de referência e na conexão de transporte, igual ou maior que o comprimento de uma UQD.

A figura 1 apresenta o modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado. Nessa figura, λ_i representa a taxa média de chegada de UDSSs na entidade de sessão de referência; FQ representa a Fila de Quarentena que armazena UDPSs em quarentena nessa entidade; CQ representa o controlador de Quarentena, que controla a emissão de UDPSs de uma UQD (como UDSTs) na conexão de transporte, e, finalmente, CT representa essa conexão com taxa média de transmissão μ UDSTs por segundo.

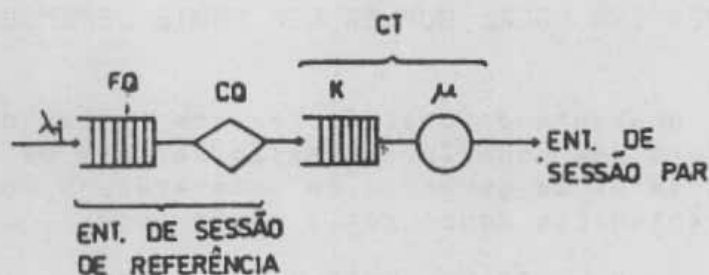


Figura 1: Modelo Quarentena Local Duplex com Fonte Dependente de Estado.

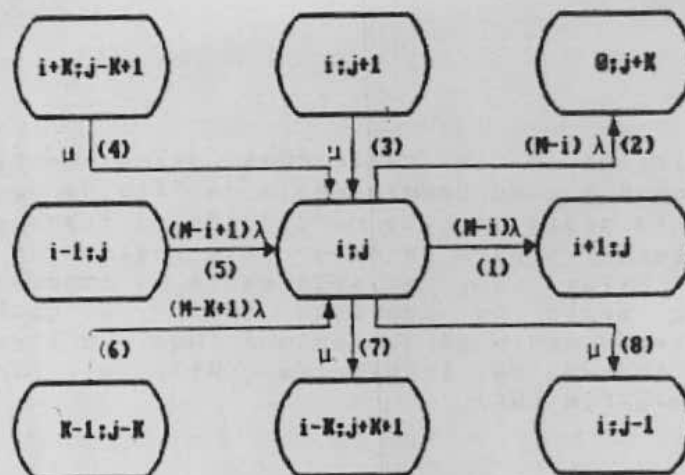
4. SOLUÇÃO

O modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado consiste de uma rede de filas abertas [14], apresentando bloqueio de UDPSs na fila de quarentena e chegadas em lote na conexão de transporte. A taxa média de chegada de UDSSs na entidade de sessão de referência com i UDSSs armazenadas é conforme segue:

$$\lambda_i = \begin{cases} \rightarrow (N - i) \cdot \lambda / N, & \text{para } 1 \leq i \leq N \\ \rightarrow 0, & \text{de outra forma} \end{cases}$$

Para solucionar esse modelo, usou-se a Teoria de Cadeias de Markov [15]. A solução é exata mas tem a restrição de se tornar intratável quando há um número grande de estados do modelo.

Em uma cadeia de Markov as alterações de um estado do modelo são representadas por uma equação linear. O conjunto de equações lineares, considerando todos os estados do modelo, pode ser representado pela notação matricial $B \cdot p = e$, onde: B é a matriz de transição de estados; p é o vetor probabilidades de estados, e , e é o vetor coluna $(0, 0, \dots, 1)^T$. Para se obter o vetor p usou-se o método de solução iterativa apresentado em [16]. A figura 2 mostra o diagrama de taxas de transições entre estados, utilizado para encontrar a matriz de transição B .



- (1) $i < j-1$ ou $(i) = K-1$ e $(j+K) > N$
- (2) $i = K-1$ ou $(j+K) = N$
- (3) $(i < K$ e $j < N)$ ou $(i) = K$ e $(j+K) > N$
- (4) $i+j (= M$ e $j-K+1) > 0$
- (5) $(i) = K$ e $(j+K) > N$ ou $i < K$
- (6) $j) = K$ e $i = 0$
- (7) $(i) = K$ e $j (= N-K+1$
- (8) $(j = 0$ e $i < K)$ ou $(j+K-1) > N$

Figura 2: Diagrama de Taxas de Transições entre Estados para o Modelo Quarentena Local Duplex.

Seja W o número máximo de UDSTs que a conexão de transporte pode armazenar e K o número de UPSSs em uma UQD, o modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado apresenta $K \cdot (N + W - K + 2)$ estados possíveis.

Seja $Pr(i, j)$ a probabilidade que o modelo esteja no estado (i, j) , isto é, há i UDPSs em FQ e j UDSTs em CT.

São os seguintes os limites para as variáveis de estados i e j :

$$0 \leq i \leq N$$

$$0 \leq j \leq W$$

As seguintes restrições entre os limites superiores das variáveis de estados e K existem:

$$N \geq K$$

$$W \geq K$$

Com os limites e as restrições acima mencionadas, e, definindo I_a como o comprimento médio da fila de admissão, I_c como o comprimento médio da fila da conexão de transporte, seguem as equações necessárias para se obter as medidas de desempenho de interesse. Estas são: a vazão média na conexão de sessão (V_a); o atraso médio de admissão (A_d) - o qual é obtido adicionado ao atraso médio de quarentena (A_q); o atraso médio de transmissão na conexão de transporte (A_t); e, finalmente, o atraso médio fim-a-fim (A_f).

$$I_a = \sum_i i \cdot Pr(i, j), \text{ para } 1 \leq i \leq N \text{ e } \forall j$$

$$I_c = \sum_j j \cdot Pr(i, j), \text{ para } 1 \leq j \leq W \text{ e } \forall i$$

$$V_a = (1 - Pr(i, j)) \cdot \lambda, \text{ para } i = N \text{ e } \forall j$$

$$A_d + A_q = I_a / V_a$$

$$A_t = I_c / V_a$$

$$A_f = (A_d + A_q) + A_t$$

5. EXEMPLO NUMÉRICO

Seja uma conexão de sessão com modo de diálogo duplex e quarentena local apresentando uma fonte dependente de estado. Para esse exemplo, consideram-se os seguintes parâmetros: capacidade de armazenamento de UDSSs na entidade de sessão de

referência igual a 6; taxa média de transmissão na conexão de transporte igual a 10 UDSTs por segundo, e, capacidade de armazenamento na conexão de transporte igual a 6 UDSTs.

Tem-se nesse exemplo então: $N = 6$ UDPSs, $W = 6$ UDPSs (UDSTs), $\mu = 10$ UDSTs por segundo, e $K = 1, 2, \dots, 6$ (UDPSs).

A seguir, apresentam-se as análises das medidas de desempenho de interesse no presente trabalho, como também apresenta-se uma análise comparativa das medidas atraso médio de admissão adicionada ao atraso médio de quarentena, e da medida atraso médio fim-a-fim, considerando o modelo ora estudado (quarentena local duplex com fonte dependente de estado) contraposto aquele apresentado em [8], que é aqui denominado modelo quarentena local com fonte constante (conforme já mencionado, neste modelo a taxa média de chegada de UDSSs é constante, e independe do comprimento da fila de quarentena, isto é, $\lambda_i = \lambda$ para $\forall i$). Nesta comparação, consideram-se para o modelo quarentena local duplex com fonte constante, parâmetros com valores iguais àqueles atribuídos neste exemplo numérico.

A figura 3 apresenta a medida vazão média em função da taxa média de chegada de UDSSs para o modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado.

As figuras 4 e 4a apresentam a medida atraso médio de admissão adicionada à medida atraso médio de quarentena, em função da taxa média de chegada de UDSSs para os modelos quarentena local duplex, respectivamente com fonte dependente de estado e com fonte constante. As figuras 5 e 5a apresentam a medida atraso médio fim-a-fim em função da referida taxa para os modelos quarentena local duplex, respectivamente com fonte dependente de estado e com fonte constante.

A figura 6 mostra a participação conjunta das medidas atraso médio de admissão e atraso médio de quarentena na medida atraso médio fim-a-fim, em função da taxa média de chegada de UDSSs. Conforme mostra essa figura, pode-se obter a participação da medida atraso médio de transmissão na conexão de transporte, subtraindo da participação total dessas medidas, a participação das demais medidas referenciadas.

As figuras 4 e 4a mostram que as medidas atraso médio de admissão e atraso médio de quarentena apresentam comportamentos semelhantes. Essas medidas apresentam para $K = 1$ um comportamento típico (aumentam com a taxa média de chegada de UDSSs), e para $K > 1$ um comportamento atípico, tendo valores significativos para os valores menores da taxa média de chegada de UDSSs e decrescendo com o crescimento desta taxa até um valor limite. A partir desse valor, voltam a assumir o comportamento típico mencionado, tendendo a um valor de saturação.

A figura 4a mostra, para taxas médias de chegada de UDSSs acima dos valores limites referenciados, que o modelo quarentena local duplex com fonte constante apresenta a medida atraso médio

de admissão adicionada ao atraso médio de quarentena com valores menores, conforme os valores atribuídos a K sejam maiores. Esse resultado pode ser observado intuitivamente, onde para valores menores de K , o comprimento médio da fila de quarentena e, conseqüentemente, os atrasos médios mencionados, assumem valores maiores.

O modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado, mostrado na figura 4, com referência a essas taxas, apresenta a medida atraso médio de admissão com valores iguais para quaisquer que sejam os valores atribuídos a K . Esse resultado deve-se à constância do comprimento médio da fila de quarentena e da vazão média para taxas médias de chegadas de UDSSs acima dos valores limites referenciados, independentemente do valor atribuído a K . No caso da vazão média, esta apresenta-se no seu valor máximo.

Observa-se que os resultados do modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado não são intuitivos. Dessa forma, para validá-los, é demonstrado no apêndice A, para taxas de chegadas de UDSSs acima dos valores limites referenciados, que esse modelo apresenta comprimentos médios da fila de quarentena iguais, para quaisquer valores inteiros positivos atribuídos a K .

Nas figuras 5 e 5a, a curva para $K = 1$ representa o caso particular da participação isolada da medida atraso médio de admissão na medida atraso médio fim-a-fim. As demais curvas apresentam a participação das medidas atraso médio de admissão adicionada ao atraso médio de quarentena. Essa participação é maior, quanto maior for o valor atribuído a K .

Comparando as figuras 4 e 4a, observa-se que a medida atraso médio de admissão adicionada à medida atraso médio de quarentena no modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado, para um mesmo valor atribuído a K e mesma taxa média de chegada de UDSSs, apresenta valores menores que aquele modelo com fonte constante. Esses resultados eram esperados, uma vez que o modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado apresenta menores comprimentos médios da fila de quarentena que o modelo quarentena local duplex com fonte constante. Também como esperado, observa-se esse mesmo comportamento na medida atraso médio fim-a-fim quando se compara as figuras 5 e 5a. O modelo aqui apresentado contudo, é mais realista que aquele desenvolvido em [8].

O modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado, conforme mostra a figura 6, apresenta as medidas atraso médio de admissão e atraso médio de quarentena como parcelas significativas da medida atraso médio fim-a-fim. No exemplo numérico considerado, observa-se para uma taxa média de chegada de UDSSs de referência, por exemplo, igual a 42 UDSSs por segundo, que essa participação é de 43,0% para $K = 1$ (menor participação), e 58,0% para $K = 6$ (maior participação).

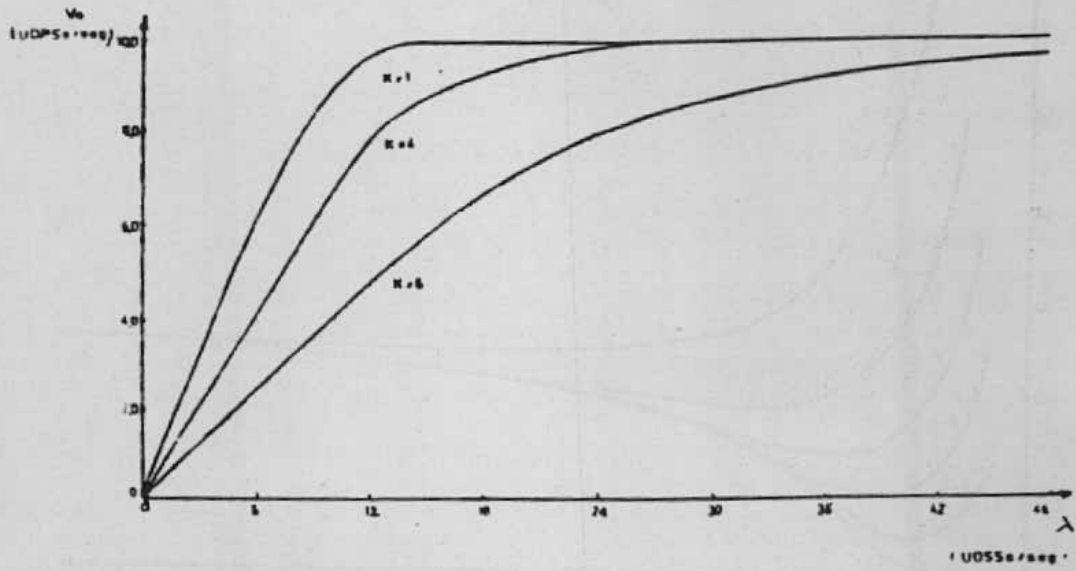


Figura 3: Vazão Média vs Taxa Média de Chegada de UDSSs para o Modelo Quarentena Local com Fonte Dependente de Estado.

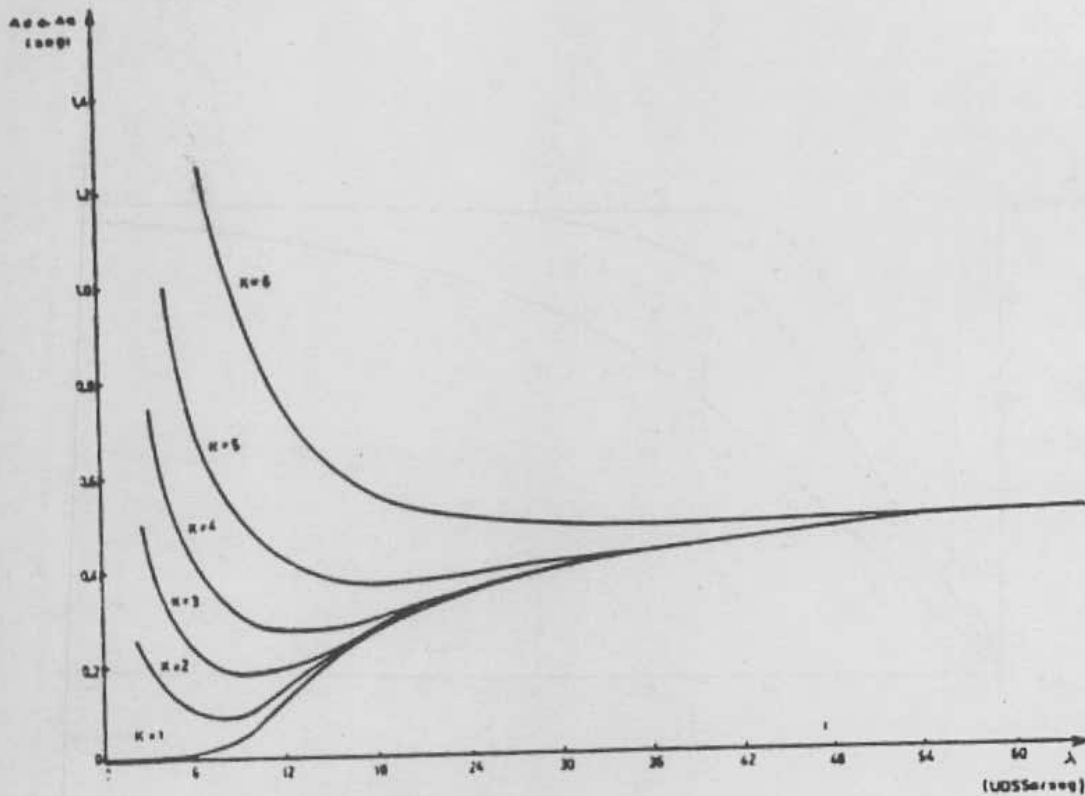


Figura 4: Atraso Médio de Admissão e Atraso Médio de Quarentena vs Taxa Média de chegada de UDSSs para o Modelo Quarentena Local Duplex com Fonte Dependente de Estado.

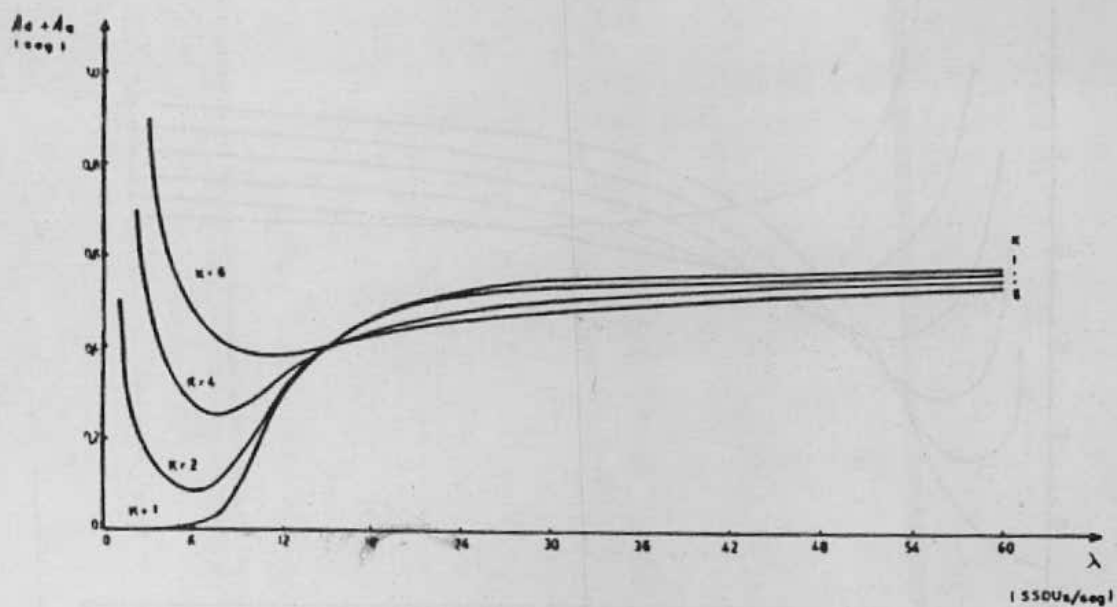


Figura 4a: Atraso Médio de Admissão e Atraso Médio de Quarentena vs Taxa Média de Chegada de UDSSs para o Modelo Quarentena Local Duplex com Fonte Constante

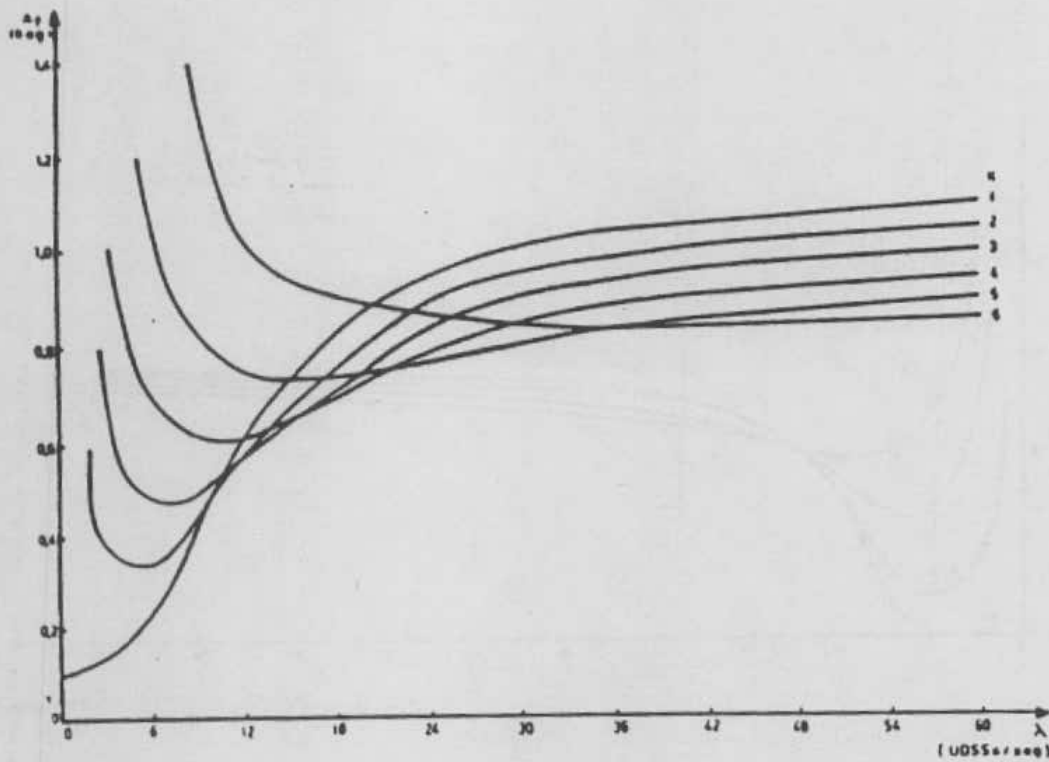


Figura 5: Atraso Médio Fim-A-Fim vs Taxa Média de Chegada de UDSSS para o Modelo Quarentena Local Duplex com Fonte Dependente de Estado.

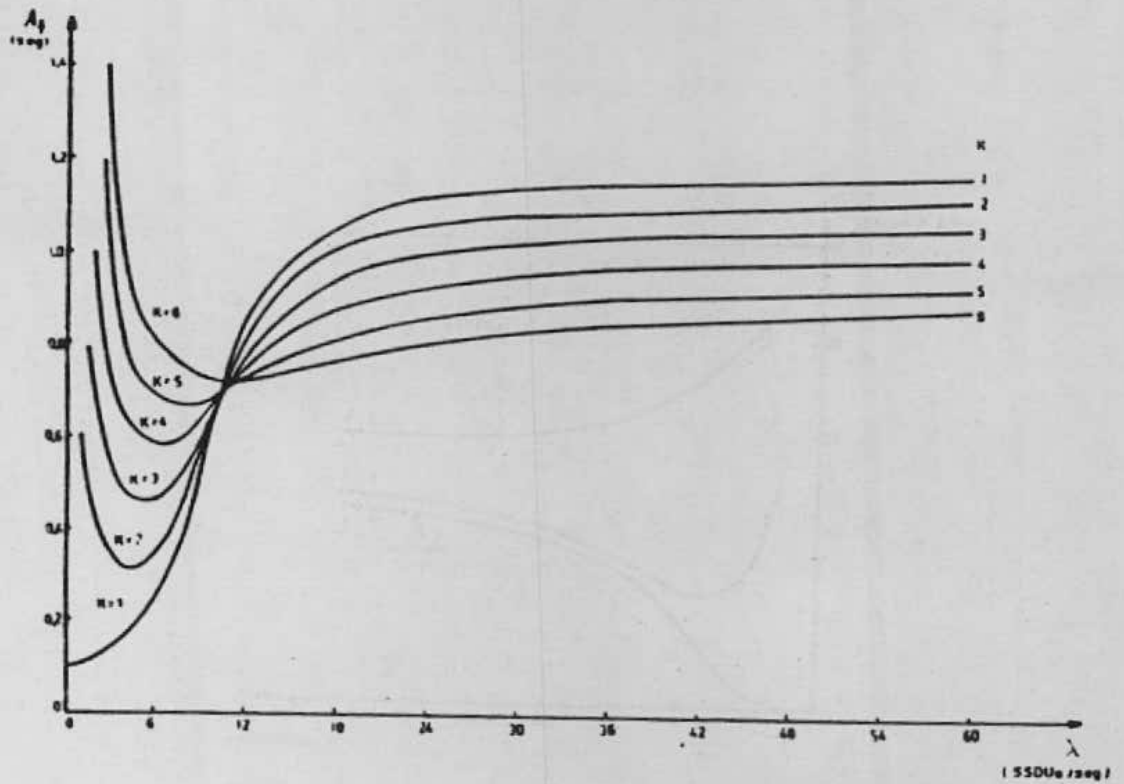


Figura 5a: Atraso Médio Fim-A-Fim vs Taxa Média de Chegada de UDSSs para o Modelo Quarentena Local Duplex com Fonte Constante.

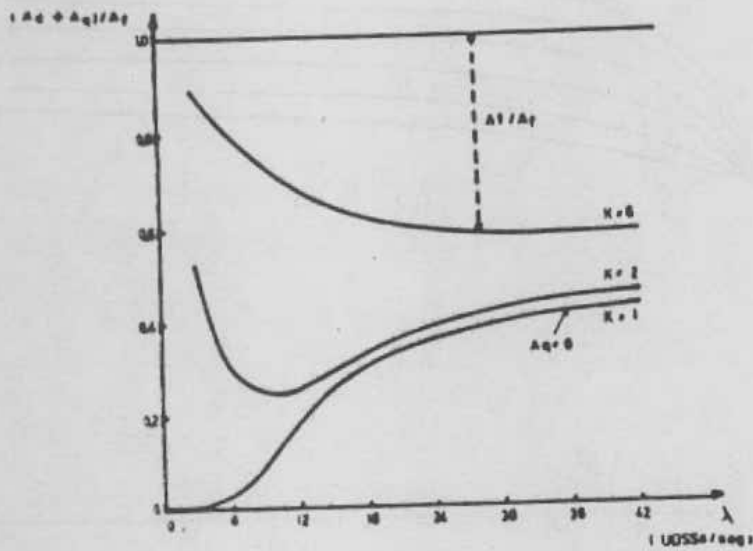


Figura 6: Participação Conjunta das Medidas Atraso Médio de Admissão e Atraso Médio de Quarentena na Medida Atraso Médio Fim-A-Fim para o Modelo Quarentena Local Duplex com Fonte Dependente de Estado.

5. CONCLUSOES

A análise do modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado mostra que os resultados obtidos para as medidas de desempenho atraso médio de admissão adicionada ao atraso médio de quarentena, não apresentam uma interpretação intuitiva, como a oferecida com o modelo quarentena local duplex com fonte constante, estudada em [8].

Este estudo de caso, como também o modelo quarentena local duplex com fonte constante, mostra que a participação conjunta das medidas atraso médio de admissão e atraso médio de quarentena é significativa na medida atraso médio fim-a-fim do protocolo de sessão, e, assim sendo, essa participação deve ser avaliada nos projetos de redes de computadores com os serviços de sessão aqui estudados.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Reiser, M.; A Queueing Network Analysis of Computer Communications Networks with Window Flow Control, IEEE Trans. Comm. COM-27, 8, August 1979, p. 1199-1209.
- [2] Wong, J. W.; Flow Control Message-Switched Communication Networks, Computer Communications, Vol. 1., No. 2, April 1978 p. 67-74.
- [3] Schwartz, M. and Stern, T.E.; Routing Techniques used in Computer Communication Networks, IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-38, No. 4, April 1980, p. 539-552.
- [4] Reiser, M.; Admission Delays on Virtual Routes with Window Flow Control; Performance of Data Communication Systems and their Applications, G. Pujolle, North-Holland, Amsterdam, 1981, p. 67-76.
- [5] Thomasian, A. & Bay, P.; Model of a Computer Communication Network, ACM 0-89791-136-9/84/006/0225, 1984, p.225-232.
- [6] Moura, J.A.B.; Hierarchical Modelling of Local Area Networks Under File transfer, Ph.D. Thesis in Electrical Engineering, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1982.
- [7] Mussi, J.M.F.; Field, J.A. & Wong, J.W.; An Analytic Model for the Performance of Network Based File Servers; CCNG, Univ. de Waterloo, Ont., Canadá, 1985.
- [8] M.I.C. Cabral, Um Estudo do Serviço Quarentena de Dados com Modo de Diálogo Duplex, 6o. SBRC, 28 a 29 de março de 1988, Belo Horizonte, M.G.
- [9] Cabral, M.I.C. & Sauv e, J.P.; Modelling of Dialogue

Management in the Session Layer, IEEE Global Telecommunications Conference, Vol. 2, Houston, Texas, E.U.A., December 1986, p. 22.6.1-22.6.4.

[10] Cabral, M.I.C. & Sauv e, J.P.; Uma Abordagem em Modelagem do Protocolo da Camada de Sessão, Anais do So. SBRC, São Paulo, SP, 1987, p. 96-106.

[11] Emmons, W.F. & Chandler, A.S.; OSI Session Layer: Services and Protocols, Proc. of the IEEE, Vol.71, No.12, December 1983, 1397-1400.

[12] Nielsen, F.H. & Heafner, J.F.; Description of a Planned Federal Information Processing Standard for the Session Protocol, Proc. COMPCON, Spring 82 (IEEE Catalog No. 82 CH 1739-2), february 1982, p. 272-278.

[13] DP8326 Open Systems Interconnection Basic Connection Oriented Session Service Definitions, Doc. ISO/TC.97/SC 16N1442, march 1987.

[14] Moura, J.A.B. et alli; Redes Locais de Computadores - Protocolos de Alto N vel e Avalia o de Desempenho, McGraw-Hill Ltda., 1986.

[15] Kleyrock, L.; Queueing Systems, Vol. I, Theory, Wiley - Interscience, N.Y., 1975.

[16] Sauer, C.H. & Chandy, K.M.; Computer Systems Performance Modeling, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1981.

[17] Apostol T.M.; Calculus, John Wiley & Sons, Inc, N. Y., 1967.

APENDICE A

Demonstra-se para o modelo quarentena local duplex com fonte dependente de estado que o comprimento médio da fila de quarentena   igual para qualquer comprimento atribuido a uma UQD.

Admite-se a suposi o que as taxas média de chegadas de UDSSs são suficientemente altas, para que a seguinte condi o se verifique: a fila de quarentena está no limite de sua capacidade de armazenamento de UDPSs quando a conexão de transporte dispõe de capacidade de armazenamento para a recep o de uma UQD. Essa suposi o   necessária para que o comprimento médio da fila de quarentena varie entre M e $(M - K)$ UDPSs.

Considera-se a seguinte notaq o:

M : comprimento máximo da fila de quarentena.

T : tempo médio de transmissão de uma UDST na conexão de

transporte.

t_i : tempo médio de permanência de i UDPSs na fila de quarentena.

p_i : probabilidade da fila de quarentena armazenar i UDPSs.

i : comprimento médio da fila de quarentena com uma UQD de comprimento K .

Sabendo que:

$$i = \sum_{i=1}^M i \cdot p_i, \quad \text{onde } p_i = t_i / T \text{ e } \sum_{i=1}^M p_i = 1$$

$$i = 1 / KT \cdot \sum_{i=1}^M i \cdot t_i \quad \text{onde: } t_i = KT - \sum_{j=M-i}^M t_j$$

Para $K = 1$, tem-se:

$$i_1 = 1 / T \cdot ((M-1) \cdot t_{M-1} + M \cdot (T - t_{M-1})) = M - t_{M-1} / T \quad (A.1)$$

Para $K = n$, tem-se:

$$i_n = (1 / n \cdot T) \cdot (M \cdot (n \cdot T - \sum_{i=1}^n t_{M-i}) + \sum_{i=1}^n (M-i) \cdot t_{M-i}) \quad (A.2)$$

A.1 TEOREMA

Admitindo a hipótese que $t_i = 1 / (M - i) \cdot \lambda / M$, então para qualquer que seja n inteiro positivo,

$$i_n = (1 / n \cdot T) \cdot (M \cdot (n \cdot T - \sum_{i=1}^n t_{M-i}) + \sum_{i=1}^n (M-i) \cdot t_{M-i}) = M - t_{M-1} / T \quad (A.3)$$

Prova: Usando o método da indução finita [17], observa-se para $n = 1$, de acordo com a igualdade A.1, que a igualdade A.3 é verdadeira. Assumindo a igualdade A.2 verdadeira para $n = k$, com $k \geq 1$, deve-se provar para $n = k + 1$, que a igualdade A.3 também é verdadeira.

Substituindo n por $k + 1$ em A.2 e simplificando esta igualdade, tem-se:

$$1 / (k+1) \cdot T \cdot (M \cdot ((k+1) \cdot T - \sum_{i=1}^{k+1} t_{M-i}^{k+1}) + \sum_{i=1}^{k+1} (M-i) \cdot t_{M-i}^{k+1}) = M - t_{M-1} / T$$

Portanto, a igualdade A.3 é verdadeira qualquer que seja n inteiro positivo.

Conclui-se então, com a suposição feita e considerando taxas de chegadas de UDSSs dependentes de estado, que o comprimento médio da fila de quarentena independe do valor atribuído ao comprimento de uma UQD.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq pelo apoio financeiro deste trabalho.